

## BAB III

### LANDASAN TEORI

#### A. Baja

##### 1. Pengertian Baja

Baja yang akan digunakan dalam struktur dapat diklasifikasikan menjadi baja karbon, baja paduan rendah mutu tinggi, dan baja paduan. Sifat-sifat mekanik dari baja tersebut seperti tegangan leleh dan tegangan putusnya diatur dalam ASTM A6/A6M.

a) Baja karbon

Baja karbon dibagi menjadi tiga kategori tergantung dari persentase kandungan karbonnya, yaitu : baja karbon rendah ( $C = 0,03-0,35 \%$ ), baja karbon medium ( $C = 0,35-0,50\%$ ), dan baja karbon tinggi ( $C = 0,55-1,70\%$ ). Baja yang sering digunakan dalam struktur adalah baja karbon medium, misalnya BJ 37.

b) Baja paduan rendah mutu tinggi

Yang termasuk dalam kategori baja paduan rendah mutu tinggi (*high-strength low-alloy steel/HSLA*) mempunyai tegangan leleh berkisar antara 290-550 MPa dengan tegangan putus ( $f_u$ ) antara 415-700 MPa.

c) Baja paduan

Baja paduan rendah (*low alloy*) dapat ditempa dan dipanaskan untuk memperoleh tegangan leleh antara 550-760 MPa. Tegangan leleh dari baja paduan biasanya ditentukan sebagai tegangan yang terjadi saat timbul regangan permanen sebesar 0,2%, atau dapat ditentukan pula sebagai tegangan pada saat regangan mencapai 0,5% (Setiawan, 2008).

Baja adalah logam paduan, logam besi sebagai unsur dasar dengan karbon sebagai unsur paduan utamanya. Kandungan unsur karbon dalam baja berkisar antara 0,2% hingga 2,1% berat sesuai *grade*-nya. Fungsi karbon dalam baja adalah sebagai unsur penguat dengan mencegah dislokasi bergeser pada kisi kristal (*crystal lattice*) atom besi. Baja karbon ini dikenal sebagai baja hitam karena berwarna hitam, banyak digunakan

untuk peralatan pertanian misalnya sabit dan cangkul. Unsur paduan lain yang biasa ditambahkan selain karbon adalah titanium, krom (*chromium*), nikel, vanadium, cobalt dan tungsten (*wolfram*). Dengan memvariasikan kandungan karbon dan unsur paduan lainnya, berbagai jenis kualitas baja bisa didapatkan. Penambahan kandungan karbon pada baja dapat meningkatkan kekerasan (*hardness*) dan kekuatan teriknya (*tensile strength*), namun disisi lain membuatnya menjadi getas (*brittle*) serta menurunkan keuletan (*ductility*).

## 2. Keunggulan Baja Sebagai Material Konstruksi

### a) Kekuatan Tinggi (*High Strength*)

Baja struktural umumnya mempunyai daya tarikan (*tensile strength*) antara 400 s/d 900 MPa. Hal ini sangat berguna untuk dipakai pada struktur-struktur yang memiliki bentang panjang dan struktur pada tanah lunak.

### b) Keseragaman (*Uniformity*)

Sifat-sifat baja tidak berubah karena waktu. Hampir seluruh bagian baja memiliki sifat-sifat yang sama sehingga menjamin kekuatannya.

### c) Elastisitas (*Elasticity*)

Baja mendekati perilaku seperti asumsi yang direncanakan oleh perencana, karena mengikuti hukum Hooke, walaupun telah mencapai tegangan yang cukup tinggi. Modulus elastisitasnya sama untuk tarik dan tekan.

### d) Daktalitas (*Ductility*)

Daktalitas adalah kemampuan struktur atau komponennya untuk melakukan deformasi inelastik bolak-balik berulang diluar batas titik leleh pertama, sambil mempertahankan sejumlah besar kemampuan daya dukung bebannya. Manfaat daktalitas ini bagi kinerja struktural adalah pada saat baja mengalami pembebanan yang melebihi kekuatannya, baja tidak langsung hancur tetapi akan meregang sampai batas daktalitas. Demikian juga pada beban siklik, daktalitas yang tinggi menyebabkan baja dapat menyerap energi yang besar.

e) Kuat Patah/Rekah (*Fracture Toughness*)

Baja adalah material yang sangat ulet sehingga dapat memikul beban yang berulang-ulang. Komponen struktur baja yang dibebani sampai mengalami deformasi besar, masih mampu menahan gaya-gaya yang cukup besar tanpa mengalami fraktur. Keuletan ini dibutuhkan jika terjadi konsentrasi tegangan walaupun tegangan yang masih dibawah batas yang diizinkan. Pada bahan yang tidak memiliki keuletan yang tinggi, keruntuhan dapat terjadi pada tegangan yang rendah dan akan bersifat getas (keruntuhan secara langsung).

### 3. Kelemahan Baja Sebagai Material Konstruksi

a) Biaya Perawatan (*Maintenance Cost*)

Baja bisa berkarat karena berhubungan dengan air dan udara. Oleh sebab itu, baja harus dicat secara berkala.

b) Biaya Penahan Api (*Fire Proofing Cost*)

Kekuatan baja dapat berkurang drastis pada temperatur tinggi.

c) Kelelahan (*Fatigue*)

Kelelahan pada baja tidak selalu dimulai dengan yielding (leleh) atau deformasi yang sangat besar, tetapi dapat juga disebabkan beban siklik ataupun pembebanan berulang-ulang dalam jangka waktu yang lama. Kejadian ini sering terjadi dengan adanya konsentrasi tegangan karena adanya lubang.

d) Rekah Kerapuhan

Struktur baja ada kalanya tiba-tiba runtuh tanpa menunjukkan tanda-tanda deformasi yang membesar. Kegagalan ini sangat berbahaya dan harus dihindari. Berbeda dengan kelelahan, rekah kerapuhan disebabkan oleh beban statik.

### 4. Sifat-sifat mekanik baja

Agar dapat memahami perilaku suatu struktur baja, maka seorang ahli struktur harus memahami pula sifat-sifat mekanik dari baja. Model pengujian yang paling tepat untuk mendapatkan sifat-sifat mekanik dari material baja adalah dengan melakukan uji tarik terhadap suatu benda uji baja. Uji tekan tidak dapat memberikan data yang akurat terhadap sifat-sifat

mekanik material baja, karena disebabkan beberapa hal antara lain adanya potensi tekuk pada benda uji yang mengakibatkan ketidaksetabilan dari benda uji tersebut, selain itu perhitungan tegangan yang terjadi didalam benda uji lebih mudah dilakukan untuk uji tarik daripada uji tekan.

Dalam perencanaan struktur baja, SNI 03-1729-2015 mengambil beberapa sifat mekanik dari material baja yang sama yaitu :

Modulus Elastisitas, E = 200.000 Mpa

Angka poisson,  $\mu$  = 0,30

Density baja = 7850 kg/mm<sup>3</sup>

Sedangkan berdasarkan tegangan leleh dan tegangan putusnya, SNI 03-1729-2002 mengklasifikasikan mutu dari material baja menjadi 5 kelas mutu sebagai berikut :

Tabel 3.1 Sifat-sifat Mekanis Baja Struktural

Jenis Baja	Tegangan Putus minimum $f_u$ (MPa)	Tegangan Leleh minimum $f_y$ (MPa)	Regangan minimum (%)
BJ 34	340	210	22
BJ 37	370	240	20
BJ 41	410	250	18
BJ 50	500	290	16
BJ 55	550	410	13

Sumber : *Perencanaan Struktur Baja dengan Metode LRF*

## 5. Tegangan Multiaksial

Untuk tiap kondisi tegangan multiaksial, diperlukan definisi leleh yang jelas. Definisi ini dinamakan kondisi leleh (atau teori keruntuhan) yang merupakan suatu persamaan interaksi antara tegangan-tegangan yang bekerja.

### a) Kriteria leleh (Huber-Von Mises-Hencky)

Kriteria leleh untuk kondisi tegangan triaksial menurut Huber-Von Mises-Hencky adalah :

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \leq f_y^2 \dots\dots\dots(3.1)$$

Dengan  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  adalah merupakan tegangan-tegangan utama, sedangkan  $\sigma_e$  adalah tegangan efektif. Dalam banyak perencanaan struktur  $\sigma_3$  mendekati nol atau cukup kecil sehingga dapat diabaikan (Setiawan, 2008).

## 6. Displacement (Lendutan)

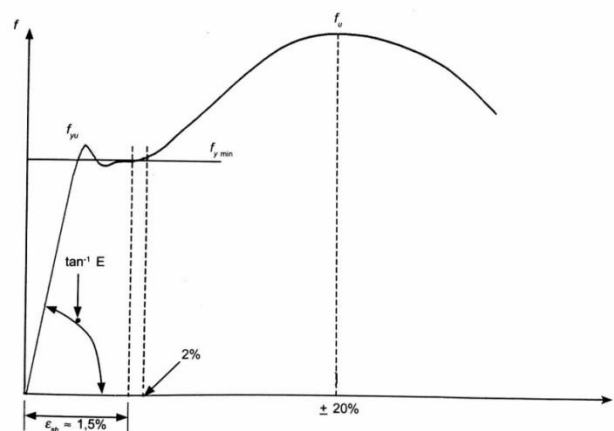
Lendutan adalah peralihan dalam arah y dari sembarang titik di sumbu balok. Bila sebuah balok dibebani maka sumbu longitudinal yang semula lurus akan berubah menjadi kurva yang disebut kurva lendutan dari balok. Dalam perencanaan bangunan, dimana biasanya ada batas maksimum untuk lendutan, karena lendutan yang besar akan mengakibatkan penampilan yang jelek dan struktur yang terlalu lemas.

## 7. Jenis-Jenis Baja Struktur yang Umum Digunakan

Fungsi struktur merupakan faktor utama dalam menentukan konfigurasi struktur. Berdasarkan konfigurasi struktur dan menyalurkan beban pada keseluruhan struktur dengan baik. Adapun jenis-jenis baja struktural yang umum digunakan adalah profil baja giling (*Hot rolled steel shape*) dan profil baja yang dibentuk dalam keadaan dingin (*Cold formed steel shapes*).

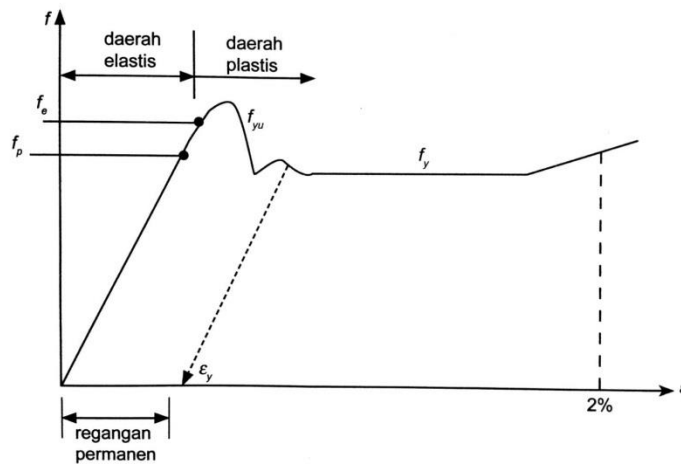
## 8. Hubungan Tegangan dan Regangan pada Konstruksi Baja

Dalam peraturan AISC 2005, perhitungan rumus kekuatan nominal ( $R_n$ ) menggunakan tegangan leleh ( $f_y$ ) maupun tegangan ultimate ( $f_u$ ), pemilihan tegangan baik itu  $f_y$  maupun  $f_u$  didasarkan atas kemampuan struktur mempertahankan stabilitasnya setelah beban maksimum diberikan.



Gambar 3.1 Hubungan Tegangan ( $f$ ) dan Regangan ( $\epsilon$ )

(Sumber : Setiawan, 2008)



Gambar 3.2 Bagian Kurva Tegangan-Regangan yang diperbesar

(Sumber : Setiawan, 2008)

Titik-titik penting dalam kurva tegangan-regangan antara lain adalah :

- $f_p$  : Batas proporsional
- $f_e$  : Batas elastis
- $f_{yu}, f_y$  : Tegangan leleh atas dan bawah
- $f_u$  : Tegangan putus
- $sh$  : Regangan saat mulai terjadi efek *strain-hardening* (penguatan regangan)
- $\epsilon_u$  : Regangan saat tercapainya tegangan putus

Titik-titik penting ini membagi kurva tegangan-regangan menjadi beberapa daerah sebagai berikut :

- a) Daerah linear antara 0 dan  $f_p$ , dalam daerah ini berlaku Hukum Hooke, kemiringan dari bagian kurva yang lurus ini disebut sebagai Modulus elastisitas atau *Modulus Young*.

$$E (= f/\epsilon) \dots\dots\dots (3.2)$$

- b) Daerah elastis antara 0 dan  $f_e$  pada daerah ini jika beban dihilangkan maka benda uji akan kembali ke bentuk semula atau dikatakan baha benda uji tersebut masih bersifat elastis
- c) Daerah plastis yang dibatasi oleh regangan antara 2% hingga 1,2-1,5%, pada bagian ini regangan mengalami kenaikan akibat tegangan konstan sebesar  $f_y$ . Daerah ini dapat menunjukkan pula tingkat daktilitas dari material baja tersebut. Pada baja mutu tinggi terdapat pula daerah plastis,

namun pada daerah ini tegangan masih mengalami kenaikan. Karena itu baja jenis ini tidak mempunyai daerah plastis yang benar-benar datar sehingga tak dapat dipakai dalam analisa plastis.

- d) Daerah penguatan regangan (*strain-hardening*) antara  $\epsilon_{sh}$  dan  $\epsilon_u$ . Untuk regangan lebih besar dari 15 hingga 20 kali regangan elastis maksimum, tegangan kembali mengalami kenaikan namun dengan kemiringan yang lebih kecil daripada kemiringan daerah elastis. Daerah ini dinamakan daerah penguatan regangan (*strain-hardening*), yang berlanjut hingga mencapai tegangan putus. Kemiringan daerah ini dinamakan modulus penguatan regangan ( $E_{st}$ ) (Setiawan, 2008).

## 9. Bentuk Baja Profil

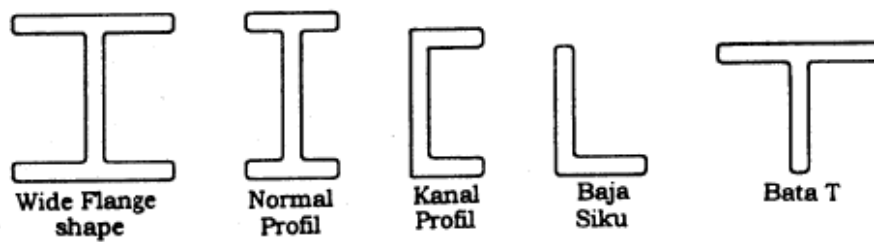
Ada dua macam bentuk profil baja yang didasarkan cara pembuatannya, yaitu sebagai berikut.

a) *Hot rolled shapes*

Di sini profil dibentuk dengan cara blok-blok baja yang panas diproses melalui rol-rol dalam pabrik. Hot rolled shapes ini mengandung tegangan residu (*residual stress*). Jadi sebelum batang dibebanipun sudah ada residual stress yang bersal dari pabrik.

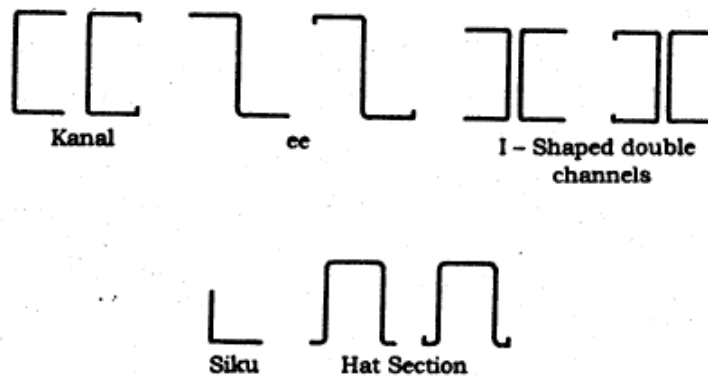
b) *Cold formed shapes*

Profil semacam ini dibentuk dari pelat-pelat yang sudah jadi, menjadi profil baja dalam temperatur atmosfer (dalam keadaan dingin, ingat mengenai *strain aging*). Tebal pelat yang dibentuk menjadi profil di sini tebalnya kurang dari 3/16 inch. Profil macam ini ringan dan sering disebut sebagai *Light Gage Cold Form steel* (Oenteong, 1999).



Gambar 3.3 Standar *rolled shapes*

(Sumber : Oenteong,1999)



Gambar 3.4 *Cold formed shapes*

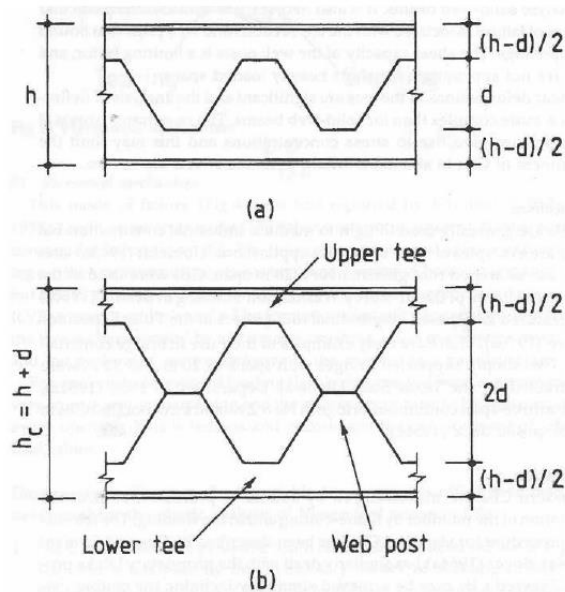
(Sumber : Oenteong,1999)

## B. *Castellated Beam*

### 1. Pengertian *Castellated Beam*

*Castellated beam* merupakan suatu profil baja yang mempunyai bukaan berbentuk segi enam. *Castellated* mengalami proses pemotongan pada bagian badan profil dengan pola zig-zag salah satu bagian yang telah dipotong lalu diangkat dan disatukan bagian badannya dan terakhir dilakukan pengelasan pada bagian badan yang menempel. Hal ini dilakukan untuk meningkatkan tinggi dari profil awal ( $h$ ) dengan tinggi potongan yang ada.





Gambar 3.5 Proses pembentukan *Castellated beam* (Wijaya, 2010)

Adapun keuntungan dari penggunaan *castellated beam* adalah :

- a) Meningkatkan kekakuan lentur secara vertikal.
- b) Lebih efisien untuk beban medium pada bentang panjang dimana perencanaanya dikontrol dengan kapasitas momen dan lendutan.
- c) Karena rasio kuat tariknya tinggi dengan berat dan pemeliharaan kecil, kadang-kadang secara menguntungkan dapat menggantikan penggunaan girder.
- d) Memiliki penampilan yang mengesankan dan memungkinkan penggunaan daerah bukaan untuk pelayanan instalasi.

Adapun juga kerugian dari penggunaan *castellated beam* adalah :

- a) Akibat adanya bukaan pada bagian badan profil, perilaku struktur dari balok *castellated* akan berbeda dari balok baja yang biasa.
- b) Karena perbedaan kemungkinan moda kegagalan atau moda kegagalan yang baru, mereka merupakan struktur nonlinear, dimana tidak dapat dianalisis dengan metode sederhana.
- c) Kapasitas geser pada bagian badan profil adalah suatu faktor yang terbatas, dan balok *castellated* tidak cocok untuk bentang pendek yang dibebani dengan berat.

- d) Deformasi geser pada bagian T nya sangat signifikan dan lendutan lebih kompleks daripada balok yang bagian badan profil padat.

## 2. Analisa dan perencanaan *castellated beam*

Geometri dari balok kastela (*castellated beam*) terdapat tiga parameter yaitu

- a) Sudut potongan ( $\phi$ )

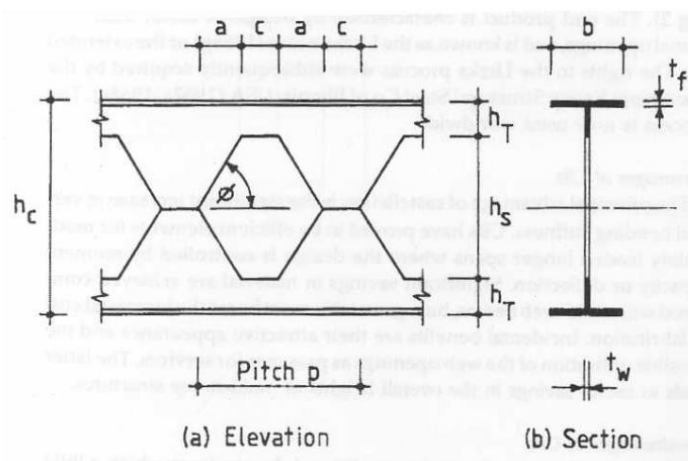
Sudut potongan mempengaruhi jumlah proses pemotongan balok kastela per unit. Panjang dari balok kastela akan kecil ketika sudut itu rata dan akan besar ketika bertahap. Percobaan telah menunjukkan bahwa peningkatan jumlah pemotongan balok kastela mempunyai pengaruh yang kecil untuk kekakuan elastis pada balok tersebut, serta akan meningkatkan daktilitas dan kapasitas rotasi.

- b) Rasio ekspansi ( $\alpha$ )

Rasio ekspansi merupakan suatu ukuran dari peningkatan tinggi balok yang dicapai pada proses pemotongan, dalam teori tinggi balok baja yang biasa dapat hampir dua kali lipat.

- c) Jarak antar lubang (c).

Jika panjang pengelasan terlalu pendek, kemudian las pada bagian badan yang disambung akan mengalami kegagalan dalam lentur *vierendeel*.



Gambar 3.6 Parameter pada *castellated beam* (Wijaya, 2010)

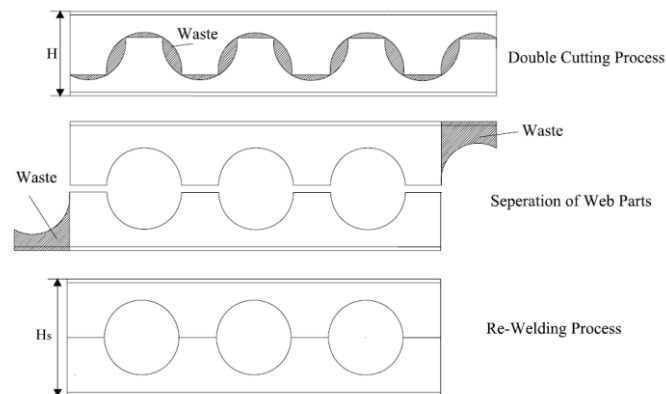
Balok harus memiliki kekuatan yang cukup untuk memikul momen lentur dan gaya geser yang ditimbulkan oleh beban-beban yang bekerja. Kinerja dari balok bergantung kepada geometri, dimensi fisik, dan bentuk dari penampangnya. Hingga saat ini, masih belum tersedia metode desain

yang dapat diterima secara luas karena kerumitan dari perilaku balok castella serta bentuk kerusakan yang menyertainya. Kekuatan dari balok dengan berbagai jenis bukaan pada pelat badan ditentukan berdasarkan interaksi antara lentur dan geser pada bukaanya. Terdapat beberapa jenis bentuk kerusakan yang perlu diperhitungkan didalam desain balok dengan bukaan yang meliputi mekanisme *vierendeel*, mekanisme lentur tekuk torsi lateral, patah pada sambungan las dan tekuk pada badan yang disambung (*web post*).

### C. Cellular Beam

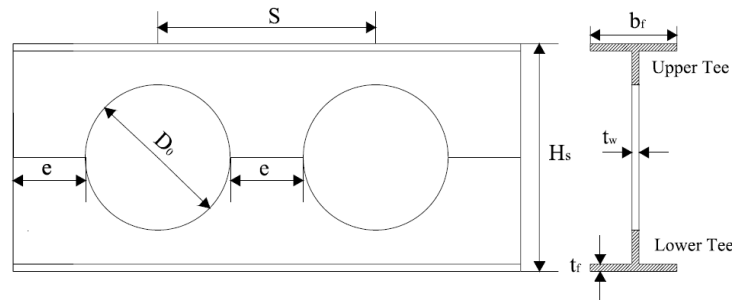
#### 1. Pengertian *Cellular Beam*

*Cellular beam* adalah balok baja dengan bukaan berbentuk lingkaran pada bagian badan profil. Mereka dibentuk dengan cara memotong dua semi lingkaran pada bagian badan profil yaitu umumnya profil baja berbentuk IWF. Setelah dua potongan yang tadi selesai, maka setengah baja tersebut dipisahkan, digabungkan dan di lakukan pengelasan bersama antara yang satu dengan yang lainnya. Hasil balok baja yang dibentuk lebih tinggi daripada balok baja IWF yang aslinya sehingga menghasilkan section modulus yang lebih besar.



Gambar 3.7 Proses Pembentukan *Cellular Beam*

(Sumber : Erdal, 2011)



Gambar 3.8 Bentuk *Cellular Beam*

(Sumber : Erdal, 2011)

## 2. Jenis-jenis *Cellular Beam*

- a) *Cellular beam* berdasarkan fungsinya :
  - 1) *Cellular beam* sebagai balok pada bangunan
  - 2) Sebagai pelat lantai
  - 3) Sebagai kolom
- b) *Cellular beam* berdasarkan kombinasi pemakaian dengan material lain :
  - 1) *Cellular beam* yang non-komposit
  - 2) *Cellular beam* yang komposit
- 3) *Cellular beam* berdasarkan bentuk
  - 1) *Cellular beam* berbentuk *curve* (lengkung)
  - 2) Berbentuk non-prismatis/ *cantilever*
  - 3) Berbentuk *spine*

## 3. Keuntungan dari penggunaan *Cellular Beam*

- a) Dari segi kekuatan struktur
 

Jika dilihat dari segi struktur, maka *cellular beam* memiliki keuntungan yang sangat banyak diantaranya memiliki kemampuan kekakuan lentur struktur yang lebih besar. Memiliki kapasitas untuk menahan gaya geser yang besar. Berat *cellular beam* juga akan berkurang dengan demikian beban aksial yang diterima oleh kolom menjadi lebih kecil sehingga dimensi kolom menjadi kecil dan perencanaan dapat melakukan penghematan bahan.
- b) Dari segi nilai ekonomisnya
 

Untuk nilai ekonomis suatu *cellular beam* dapat dilihat dari menggunakan material yang ada, sebab tidak diperlukan lagi suatu balok

baja profil IWF yang memiliki inersia yang besar karena dari profil yang kecil dapat dipabrikasi menjadi *cellular beam* yang memiliki inersia yang lebih besar. Begitu juga berat *cellular beam* yang menjadi lebih ringan sehingga memberikan pengaruh terhadap pemakaian ukuran kolom bangunan yang lebih kecil.

c) Dari segi integrasi pelayanan

Salah satu keuntungan dari *cellular beam* adalah tingkat pelayanan instalasinya terutama instalasi pendingin udara, elektrik, instalasi air, dan *fire sprinkler*. Untuk instalasi pendingin udara, telah dipakai ducting berbentuk lingkaran yang lebih murah dan tidak memerlukan banyak penyongkong.

d) Dari segi kebutuhan pemakaian

Adapun beberapa jenis *cellular beam* seperti yang dapat digunakan sesuai kebutuhan yang ada. Hal ini juga merupakan salah satu keuntungan dari *cellular beam* karena dapat dipakai dalam kondisi dan keadaan apapun sesuai kebutuhan, karena *cellular beam* dapat dilengkungkan, dijadikan kolom, dan juga dapat untuk kantilever serta bisa disesuaikan dengan keinginan arsitektur.

#### **4. Kerugian dari penggunaan *Cellular Beam***

Adapun kerugian yang dimiliki oleh *cellular beam* yaitu pembentukan *cellular beam* baik yang biasa ataupun melengkung harus dilakukan fabrikasi di *workshop cellular beam*, tidak bisa dilakukan di lapangan langsung. Serta pada saat fabrikasi akan ada *waste* yang terbuang dibagian ujung badan balok dan sisa potongan semi lingkaran yang ada (Wijaya, 2010).

## 5. Penerapan *Cellular Beam* dilapangan

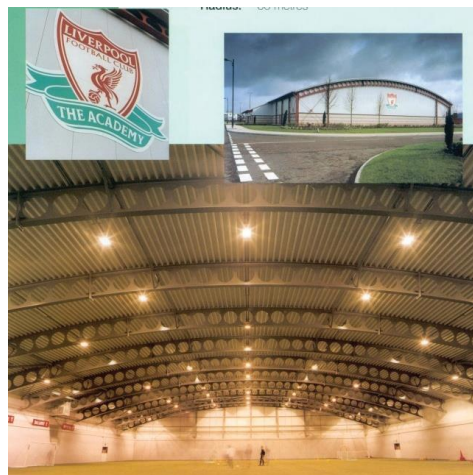
Penerapan balok kastella bukaan lingkaran dilapangan yaitu sebagai berikut.



Gambar 3.9 *Castella beam* bukaan lingkaran pada area parkir  
(Sumber : AISC, 2016)



Gambar 3.10 *Castella beam* bukaan lingkaran sebagai instalasi  
(Sumber : AISC, 2016)



Gambar 3.11 Balok baja kastella berbentuk lengkung  
(Sumber : AISC, 2016)



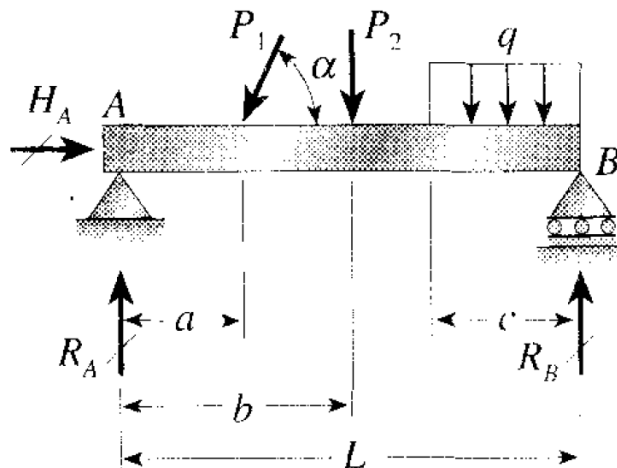
Gambar 3.12 Balok baja kastela kantilever

(Sumber : AISC, 2016)

#### **D. Jenis-jenis Balok Berdasarkan Penampang dan Tumpuannya**

Ada beberapa jenis balok berdasarkan penampangnya yaitu balok prismatis dan balok non-prismatis. Balok prismatis yaitu balok lurus yang mempunyai penampang sama diseluruh panjangnya. Sedangkan balok non-prismatis yaitu balok yang mempunyai penampang tidak sama, biasanya digunakan untuk mengurangi berat dan memperbaiki tampilan. Balok seperti ini dapat dijumpai pada mobil, pesawat terbang, mesin, gedung, jembatan dan banyak aplikasi lainnya.

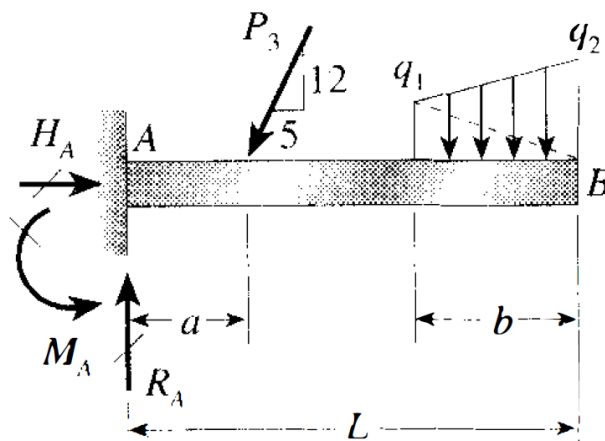
Balok biasanya dideskripsikan berdasarkan bagaimana balok tersebut ditumpu. Sebagai contoh, suatu balok dengan tumpuan sendi (*pin support*) di satu ujung dan tumpuan rol (*roller support*) di ujung lainnya disebut balok bertumpuan sederhana atau balok sederhana. Ciri penting pada tumpuan sendi adalah bahwa tumpuan ini mencegah translasi di ujung suatu balok tetapi tidak mencegah rotasinya. Balok tumpuan rol mencegah translasi dalam arah vertikal tetapi tidak dalam arah horizontal, sehingga tumpuan ini dapat menahan gaya vertikal ( $R_B$ ) tetapi tidak gaya horizontal.



Gambar 3.13 Balok tumpuan rol

(Sumber : Gere &amp; Timoshenko,1997)

Balok kantilever (*cantilever beam*) adalah balok yang dijepit disatu ujung dan bebas diujung lainnya. Pada tumpuan jepit (*clamped support*) balok tidak dapat bertranslasi maupun berotasi, sedangkan diujung bebas balok tersebut dapat bertranslasi dan berotasi. Dengan demikian, baik reaksi gaya maupun momen dapat berada ditumpuan jepit.

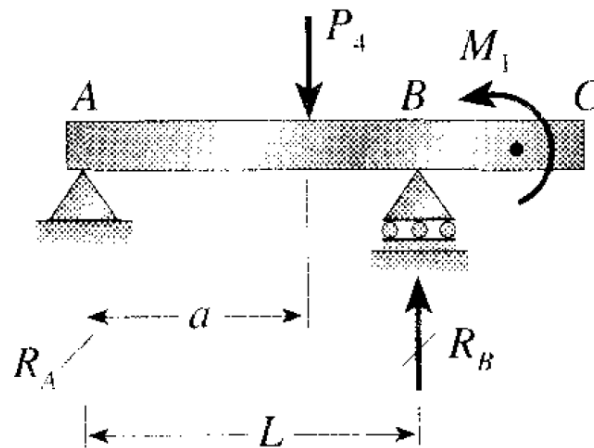


Gambar 3.14 Balok Kantilever

(Sumber : Gere &amp; Timoshenko,1997)

Balok dengan *Overhang* (bagian overstek), balok ini ditumpu sederhana dititik A dan B tetapi ada bagian yang menerus (*overstek*) di atas tumpuan B. Bagian *overstek* ini mirip dengan balok kantilever tetapi dalam hal ini sumbu balok dapat berotasi dititik B (Gere & Timoshenko,1997)





Gambar 3.15 Balok dengan *Overhang*

(Sumber : Gere & Timoshenko, 1997)

### E. Metode Elemen Hingga (FEM)

Balok *cellular* yang merupakan material baja yang nonlinear dapat dianalisis melalui rumus pendekatan berdasarkan metode elemen hingga. FEM merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menghitung gaya-gaya dalam yang terjadi dalam suatu komponen struktur. *Finite element method* juga dapat dipakai untuk perhitungan struktur, fluida, elektrik, static, dinamik, dan lain-lain. FEM juga dikenal sebagai metode kekakuan atau *displacement method* karena yang didapat terlebih dahulu dari perhitungan adalah perpindahan baru kemudian mencari gaya batang. Dikarenakan perhitungan matematis yang kompleks, FEM secara utama dikembangkan untuk deformasi linear yang kecil dimana matriks kekakuan konstan. Pada kasus deformasi yang besar, matriks kekakuan dan gaya dalam menjadi fungsi dari perpindahan. Nonlinear FEM digunakan untuk memperbaiki parameter material dari pandangan pelat elastis yang tinggi. Dalam bab ini dikembangkan model FEM nonlinear untuk deformasi geometri yang besar. Dalam hal ini akan digunakan suatu model untuk memperbaiki deformasi yang ada pada struktur balok.

Suatu balok merupakan suatu batang yang berarti satu dimensi lebih besar dari dua elemen struktur yang dapat menahan gaya transversal pada perletakan yang ada. Balok yang umum dapat digunakan sebagai struktur tersendiri atau dikombinasikan untuk membentuk struktur portal bangunan yang umum

digunakan pada bangunan dan dapat digunakan verisai beban secara luas dengan berbagai arah (Wijaya, 2010).

Persamaan umum dalam metode elemen hingga :

$$[K] \{U\} = \{F\} \dots\dots\dots (3.3)$$

dimana :

- [K] : Matriks kekakuan elemen
- {U} : Matriks perpindahan elemen
- {F} : Matriks gaya yang bekerja pada elemen

Hubungan antara tegangan dan regangan pada suatu struktur yang bahannya *homogeny*, *isotropic*, dan *elastic* secara umum dapat dirumuskan sebagai berikut (Suhendro, 2000) :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3.4)$$

Perpindahan  $u_i$ ,  $v_i$ , dan  $w_i$  pada sembarang titik titik pada suatu body dapat dinyatakan sebagai berikut (Wang, 1977) :

$$u_i = U + y\varphi_z \quad v_i = V + x\varphi_z \quad w_i = W_k - yv_{i,x} - xu_{i,x} \dots\dots\dots (3.5)$$

Dengan  $U$ ,  $V$ , dan  $W$  berturut-turut adalah perpindahan lateral, vertikal, dan longitudinal pada pertemuan antara sayap dan badan,  $\varphi_z$  adalah sudut puntir,  $x$  dan  $y$  adalah koordinat sumbu referensi.

Hubungan antara regangan dan perpindahan dapat dinyatakan :

$$\varepsilon_x = e_x + \frac{1}{2} \left[ e_x^2 + \left( \frac{1}{2} e_{yz} - \omega_z \right)^2 + \left( \frac{1}{2} e_{xx} - \omega_y \right)^2 \right] \dots\dots\dots (3.6)$$

$$\varepsilon_y = e_y + \frac{1}{2} \left[ e_y^2 + \left( \frac{1}{2} e_{xy} - \omega_z \right)^2 + \left( \frac{1}{2} e_{yz} - \omega_x \right)^2 \right] \dots\dots\dots (3.7)$$

$$\varepsilon_z = e_z + \frac{1}{2} \left[ e_z^2 + \left( \frac{1}{2} e_{xz} - \omega_y \right)^2 + \left( \frac{1}{2} e_{yz} - \omega_x \right)^2 \right] \dots\dots\dots (3.8)$$

$$\varepsilon_{yz} = e_{yz} + e_y \left( \frac{1}{2} e_{yz} - \omega_x \right) + e_z \left( \frac{1}{2} e_{zy} - \omega_x \right) + \left( \frac{1}{2} e_{xy} - \omega_z \right) \left( \frac{1}{2} e_{xz} - \omega_y \right) \dots\dots\dots (3.9)$$

$$\varepsilon_{zx} = e_{zx} + e_z \left( \frac{1}{2} e_{xz} - \omega_z \right) + e_x \left( \frac{1}{2} e_{zx} - \omega_x \right) + \left( \frac{1}{2} e_{yz} - \omega_x \right) \left( \frac{1}{2} e_{xz} - \omega_z \right) \dots\dots\dots (3.10)$$

$$\varepsilon_{xy} = e_{xy} + e_x \left( \frac{1}{2} e_{xy} - \omega_z \right) + e_y \left( \frac{1}{2} e_{yz} - \omega_x \right) + \left( \frac{1}{2} e_{zx} - \omega_y \right) \left( \frac{1}{2} e_{xz} - \omega_x \right) \dots\dots\dots (3.11)$$

Dengan :  $e_x = u_{,x}$                        $e_y = u_{,y}$                        $e_z = u_{,z}$

$$\varepsilon_{yz} = W_{,y} + v_{,z} \quad \varepsilon_{zx} = u_{,z} + w_{,x} \quad \varepsilon_{xy} = u_{,y} + u_{,x}$$

$$\omega_x = \frac{1}{2} (W_{,y} - v_{,z}) = \frac{1}{2} (u_{,zy} - w_{,x}) \quad \omega_x = \frac{1}{2} (v_{,x} - u_{,y})$$

Pada persamaan diatas u, v, dan w berturut-turut adalah komponen perpindahan pada arah x, y, dan z dan koma menyatakan turunan yang sesuai dengan koordinat yang mengikutinya.

Secara umum, suatu struktur yang kontinu terdiri dari material point yang tak terhingga banyaknya, dan oleh karena itu struktur tersebut mempunyai derajat kebebasan *degree of freedom* yang tak terhingga banyaknya pula (Suhendro, 2000). Untuk mendekati suatu sistem yang kontinu dengan menggunakan suatu sistem yang berhingga (*finite*), maka dikembangkan metode *Rayleigh–Ritz* (1909). Metode *Rayleigh–Ritz* merupakan suatu metode pendekatan dimana suatu sistem yang kontinu menjadi suatu sistem yang memiliki derajat kebebasan yang berhingga. Metode ini dapat digunakan untuk analisis deformasi, stabilitas, perilaku non linier struktur, dan analisis dinamik.

Kesulitan utama yang timbul dalam pemakaian metode *Rayleigh–Ritz* adalah memilih fungsi–fungsi kontinu  $\phi_1 \dots\dots, \phi_n, \psi_1 \dots\dots, \psi_n$ , dan  $\eta_1 \dots\dots, \eta_n$  pada persamaan, yang selanjutnya disebut *shape functions*.

$$u = a_1 \cdot \phi_1 (x,y,z) + a_2 \cdot \phi_2 (x,y,z) + \dots\dots + a_n \cdot \phi_n (x,y,z)$$

$$v = b_1 \cdot \psi_1(x,y,z) + a_2 \cdot \psi_2(x,y,z) + \dots + b_n \cdot \psi_n(x,y,z) \dots \dots \dots (3.12)$$

$$w = c_1 \cdot \eta_1(x,y,z) + a_2 \cdot \eta_2(x,y,z) + \dots + b_n \cdot \eta_n(x,y,z)$$

Supaya Metode *Rayleigh–Ritz* dapat diaplikasikan pada analisis struktur dengan bentuk geometri yang tak teratur sekalipun, maka ada prinsip–prinsip yang harus dipenuhi antara lain sebagai berikut :

- a. Karena fungsi  $u = u(x,y,z)$ ,  $v = v(x,y,z)$ ,  $w = w(x,y,z)$  adalah *continuous*, maka bila diamati variasinya pada elemen kecil yang merupakan bagian dari domain problem/strukturnya, variasi tersebut cukup dekat untuk dinyatakan dalam fungsi fungsi sederhana seperti konstan atau polynomial berorde rendah dalam  $x,y,z$ .
- b. Bila domain masalah strukturnya dibagi menjadi banyak sekali elemen–elemen kecil yang bentuk geometrinya cukup sederhana, maka dengan digunakan polynomial sederhana sudah memberikan hasil yang cukup teliti untuk mendekati fungsi *displacement*  $u, v, w$  pada masing masing elemen kecil tersebut.
- c. Jika *domain problem/strukturnya* dibagi menjadi  $N$  elemen, maka energi potensial total ( $\pi$ ) dari sistem tersebut merupakan jumlah dari energi potensial dari masing masing elemen ( $\pi_e$ ) dengan persamaan sebagai berikut :

$$\pi = \sum_{e=1}^N \pi_e \dots \dots \dots (3.13)$$

- d. Berdasarkan prinsip–prinsip di atas dapat dipakai untuk memperoleh perkiraan yang dekat dari energi potensial total dengan cara menjumlah seluruh  $\pi_e$  yang dimiliki oleh masing–masing elemen. Selanjutnya, prinsip–prinsip di atas bersama–sama dengan prinsip metode matriks, akan dikombinasikan dan dikembangkan menjadi metode elemen hingga.

Dalam analisis struktur metode elemen hingga, elemen sangat mempengaruhi suatu perhitungan, dimana balok kastela diidealiskan mempunyai sayap yang lebar dan terbuat dari material solid baja. Jenis elemen pada *3-dimensional solid* yang paling banyak digunakan adalah 3 macam yaitu sebagai berikut :

1. *Element Rectangular Solid (RS-8)*

Bentuk dari elemen ini adalah seperti bata (*brick*) yang mempunyai titik nodal minimal 8 buah. Elemen ini digunakan untuk menganalisa bentuk struktur yang beraturan saja karena bentuknya yang menyerupai kubus.

2. *Element Hexahedron Solid (H-8)*

Elemen ini adalah pengembangan dari *Elemen Rectangular Solid (RS-8)*, mempunyai 6 sisi (*hexahedron side*) tapi bentuknya tidak berbentuk kubus sempurna. Elemen ini digunakan untuk menganalisa bentuk struktur yang agak beraturan saja.

a) Matriks Perpindahan Elemen Hexahedral

$$u = a_1 + a_2\xi + a_3\eta + a_4\zeta + a_5\xi\eta + a_6\eta\zeta + a_7\xi\zeta + a_8\xi\eta\zeta$$

$$v = a_9 + a_{10}\xi + a_{11}\zeta + a_{12}\zeta + a_{13}\xi\eta + a_{14}\eta\zeta + a_{15}\xi\zeta + a_{16}\xi\eta\zeta \quad (3.14)$$

$$w = a_{17} + a_{18}\xi + a_{19}\eta + a_{20}\zeta + a_{21}\xi\eta + a_{22}\eta\zeta + a_{23}\xi\zeta + a_{24}\xi\eta\zeta$$

Dengan kata lain,  $u$ ,  $v$ , dan  $w$  dinyatakan sebagai fungsi dari *nodal displacements* yang berjumlah 8 buah.

$$\{u\}_{1 \times 24}^T = \{u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ u_3 \ v_3 \ w_3 \ u_4 \ v_4 \ w_4 \ u_5 \ v_5 \ w_5 \ u_6 \ v_6 \ w_6 \ u_7 \ v_7 \ w_7 \ u_8 \ v_8 \ w_8\} \dots \dots \dots (3.15)$$

Dengan prosedur serupa, nilai matriks  $[N]$  dan  $[B]$  dapat diperoleh. Matriks  $[N]$  atau *Shape Function* digunakan pada matriks berikut :

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 \\ 0 & 0 & f_1 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
 f_5 & 0 & 0 & f_6 & 0 & 0 & f_7 & 0 & 0 & f_8 & 0 & 0 \\
 0 & f_5 & 0 & 0 & f_6 & 0 & 0 & f_7 & 0 & 0 & f_8 & 0 \\
 0 & 0 & f_5 & 0 & 0 & f_6 & 0 & 0 & f_7 & 0 & 0 & f_8
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 u_1 \\
 v_1 \\
 w_1 \\
 u_2 \\
 v_2 \\
 w_2 \\
 u_3 \\
 v_3 \\
 w_3 \\
 u_4 \\
 v_4 \\
 w_4 \\
 u_5 \\
 v_5 \\
 w_5 \\
 u_6 \\
 v_6 \\
 w_6 \\
 u_7 \\
 v_7 \\
 w_7 \\
 u_8 \\
 v_8 \\
 w_8
 \end{Bmatrix}
 \quad (3.16)$$

Dari operasi perkalian matriks di atas, dapat dilihat bahwa matriks [N] merupakan matriks yang dapat mengkonversikan suatu matriks *nodal displacement* (pada titik-titik tertentu yang ditinjau) menjadi suatu matriks displacement komponen di semua titik.

Dengan nilai matriks [N] adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix}
 f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\
 0 & f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 \\
 0 & 0 & f_1 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 \\
 f_5 & 0 & 0 & f_6 & 0 & 0 & f_7 & 0 & 0 & f_8 & 0 & 0 \\
 0 & f_5 & 0 & 0 & f_6 & 0 & 0 & f_7 & 0 & 0 & f_8 & 0 \\
 0 & 0 & f_5 & 0 & 0 & f_6 & 0 & 0 & f_7 & 0 & 0 & f_8
 \end{bmatrix}$$

dimana

$$f_1 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 - \eta) (1 - \zeta)$$

$$f_2 = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 - \eta) (1 - \zeta)$$

$$f_3 = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 + \eta) (1 - \zeta)$$

$$f_4 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 + \eta) (1 - \zeta)$$

$$f_5 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 - \eta) (1 + \zeta)$$

$$f_6 = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 - \eta) (1 + \zeta)$$

$$f_7 = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 + \eta) (1 + \zeta)$$

$$f_8 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 + \eta) (1 + \zeta)$$

Adapaun nilai matriks [B] digunakan untuk mencari nilai matriks regangan dengan rumus sebagai berikut :

$$\{\epsilon\}_{6 \times 1} = [D]_{6 \times 3} [N]_{3 \times 24} \{u\}_{24 \times 1} = [B]_{6 \times 24} \{u\}_{24 \times 1} \dots\dots\dots(3.17)$$

Dengan nilai matriks [B] adalah :

$$[k_t^{(e)}]_{(24 \times 24)} = \iiint_v [B]_{24 \times 6}^T [E]_{6 \times 6} [B]_{6 \times 24} dv \dots\dots\dots(3.18)$$

b) Matriks Kekakuan Elemen *Hexahedral*

Matriks kekakuan elemen dapat dihitung dengan rumusan matriks sebagai berikut :

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} [N] \dots\dots\dots(3.19)$$

Integrasi pada persamaan di atas diselesaikan secara numerik dengan metode *Gauss-Quadrature*

3. *Element Tetrahedron Solid (T-4)*

Elemen ini mempunyai 4 sisi (*Tetrahedron side*), elemen ini cocok digunakan untuk menganalisa bentuk struktur yang tidak beraturan. Elemen ini yang biasa digunakan untuk idealisasikan struktur balok kastela dengan bukaan heksagonal maupun lingkaran yang bentuknya tidak beraturan (Suhendro,2002).

a) Matriks Perpindahan Elemen *Tetrahedron*

Adapun bentuk *displacement functions* (trilinear) yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z \\ v &= a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 z \quad \dots\dots\dots(3.20) \\ w &= a_9 + a_{10} x + a_{11} y + a_{12} z \end{aligned}$$

Dengan kata lain,  $u$ ,  $v$ , dan  $w$  dinyatakan sebagai fungsi dari *nodal displacements* yang berjumlah 4 buah. Adapun urutan *degree of freedom* adalah sebagai berikut :

$$\{u\}_{1 \times 12}^T = \{u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ u_3 \ v_3 \ w_3 \ u_4 \ v_4 \ w_4 \} \dots\dots(3.21)$$

Dengan prosedur serupa pula, matriks  $[N]$  dan  $[B]$  dapat diperoleh. Matriks  $[N]$  atau yang biasanya disebut *shape functions* pada elemen *Tetrahedron Solid* memiliki rumusan operasi matriks yang sama dengan matriks  $[N]$  pada elemen *Hexahedron*, hanya saja jumlah titik nodal *displacement* yang ditinjau pada elemen *Tetrahedron Solid* berbeda yaitu di 4 titik sehingga berpengaruh pada besaran orde matriks  $[N]$ . Adapun bentuk operasi perkalian matriks pada jenis elemen ini dapat dilihat sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 \\ 0 & 0 & f_1 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ w_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ w_4 \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$



Matriks [B] pada elemen *Tetrahedron* memiliki bentuk sebagai berikut :

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & f_1 & 0 & 0 & f_2 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 & 0 \\ 0 & 0 & f_1 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 & f_4 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

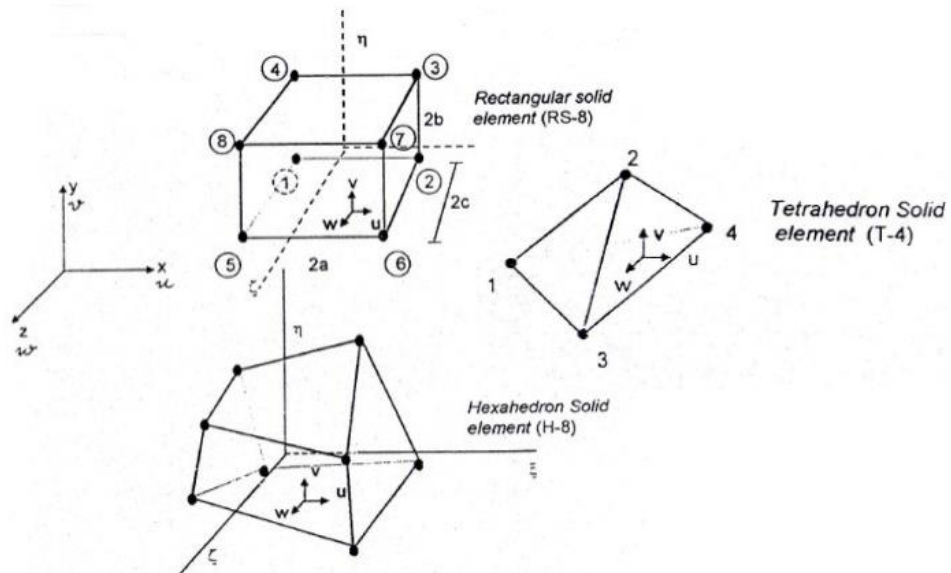
Seperti pada elemen *Hexahedral*, matriks [B] pada elemen *Tetrahedron* juga digunakan untuk mencari nilai matriks regangan dengan menggunakan pola rumusan yang sama.

b) Matriks Kekakuan Elemen *Tetrahedron*

Adapun matriks kekakuan elemennya dapat dihitung dengan rumusan sebagai berikut :

$$[k_l^{(e)}]_{(12 \times 12)} = \iiint_V [B]_{12 \times 6}^T [E]_{6 \times 6} [B]_{6 \times 12} dv \dots (3.24)$$

Integrasi diselesaikan secara numerik dengan metode *Gauss-Quadrature*



Gambar 3.16 Elemen 3 dimensional solid

(Sumber : Suhendro, 2002)