

# ANALISIS TEGANGAN DAN DEFORMASI BALOK KANTILEVER CASTELLATED BUKAAN HEKSAGONAL PENAMPANG NON PRISMATIS MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA (VARIASI SUDUT LUBANG, JARAK ANTAR LUBANG, DIAMETER LUBANG, DAN PANJANG BENTANG)<sup>1</sup>

Beta Satria Jagad<sup>2</sup>, Bagus Soebandono<sup>3</sup>, Taufiq Ilham Maulana<sup>4</sup>

---

## INTISARI

Balok merupakan salah satu elemen struktur yang berfungsi menahan beban lentur dan beban geser. Balok dapat dibuat menggunakan berbagai material, salah satunya adalah profil baja. Profil baja masih dapat dioptimasi penggunaannya melalui penggunaan castellated. Balok castellated umum digunakan sebagai balok pada tumpuan sederhana. Pada penelitian ini, akan dilakukan studi mengenai balok castellated dengan struktur kantilever, menggunakan profil non prismatis untuk mengoptimalkan penampang baja dalam menahan beban dari luar.

Pada penelitian ini, digunakan profil baja IWF 150x75x7x5 dengan 72 jenis sampel dengan variasi panjang bentang 2000, 2500, 3000, dan 3500 mm, dimensi bukaan/tinggi lubang castellated 50, 75, dan 100 mm, jarak antar lubang bukaan 60, 80, dan 100 mm, dan sudut yang dibentuk oleh bukaan lubang 55<sup>0</sup> dan 60<sup>0</sup>. Benda uji akan dibebani dengan 4 beban optimal yang mampu menghasilkan tegangan mendekati yield point 400 MPa pada masing – masing panjang bentang. Penelitian ini berupa analisis menggunakan metode elemen hingga dengan program komputer yang bersifat freeware, yaitu FreeCAD sebagai media menggambar 3D dan LISA–FEA sebagai program perhitungan untuk mengetahui besar nilai tegangan dan perpindahan (displacement) yang terjadi pada balok.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa balok castellated dengan variasi dimensi bukaan lubang, jarak antar lubang, dan sudut lubang yang lebih kecil akan menghasilkan nilai tegangan yang lebih rendah pada struktur dan sisa pemotongan pada benda uji akan optimal, namun menghasilkan nilai displacement yang besar, dan berlaku sebaliknya. Selain itu, nilai tegangan dan displacement juga dipengaruhi oleh besar kecilnya selisih antara panjang bentang rencana dengan pemodelan dan jumlah lubang heksagonal yang dihasilkan dalam pemodelan.

Kata kunci: Balok castellated, bukaan heksagonal, penampang non prismatis, metode elemen hingga

---

<sup>1</sup> Disampaikan pada Seminar Tugas Akhir, 13 Mei 2017

<sup>2</sup> Mahasiswa Program Studi Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Muhammadiyah Yogyakarta

<sup>3</sup> Dosen Pembimbing Tugas Akhir 1

<sup>4</sup> Dosen Pembimbing Tugas Akhir 2

## I. PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Balok merupakan salah satu elemen struktur penting yang menahan lentur (*bending*) dan gaya geser (*shear*) yang lebih dominan dibandingkan dengan gaya aksial (Priyosulistyo, 2010). Balok dapat dibuat menggunakan berbagai material, salah satunya adalah profil baja. Profil baja masih dapat dioptimasi penggunaannya melalui penggunaan *castellated*.

*Castellated beam* merupakan penerapan dari konsep perluasan balok dan *girder* dengan badan berlubang, yaitu konsep yang bekerja dengan cara merubah dan memperluas penampang balok atau girder tanpa mengganti profil awal (H.E. Horton dari Chicago dan *Iron Work*, 1910). Profil baja dibelah menjadi 2 bagian yang sama, dan disambungkan kembali menggunakan las dengan maksud meningkatkan seluruh kemampuannya. Dengan cara demikian maka balok dengan luas yang sama akan menghasilkan modulus potongan dan momen inersia yang lebih besar.

*Castellated beam* dengan tumpuan sederhana sudah sangat umum digunakan oleh masyarakat sebagai salah satu elemen struktur pada bangunan. Sebaliknya, *castellated beam* ini jarang digunakan sebagai balok kantilever. Pada penelitian ini, diusulkan penelitian tentang studi mengenai balok kantilever yang menggunakan profil *castellated* dengan lubang bukaan berbentuk heksagonal yang juga berpenampang non prismatis. Analisis yang akan dilakukan menggunakan metode elemen hingga untuk mengetahui parameter-parameter struktur seperti besar lendutan dan tegangan-tegangan yang terjadi pada balok.

### B. Rumusan Masalah

1. Berapa tinggi lubang/diameter lubang yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* (perpindahan), tegangan baja, dan dari jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit, untuk setiap variasi jarak bentang balok?
2. Berapa jarak lubang yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* (perpindahan), tegangan baja, dan dari jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit, untuk setiap variasi jarak bentang balok?
3. Berapa sudut pemotongan yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang

optimal dari segi *displacement* (perpindahan), tegangan baja, dan dari jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit, untuk setiap variasi jarak bentang balok?

### C. Tujuan Penelitian

1. Memperoleh tinggi lubang/diameter lubang yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* (perpindahan), tegangan baja, dan dari jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit, untuk setiap variasi jarak bentang balok.
2. Dapat memperoleh jarak lubang yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* (perpindahan), tegangan baja, dan dari jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit, untuk setiap variasi jarak bentang balok.
3. Dapat memperoleh sudut pemotongan yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* (perpindahan), tegangan baja, dan dari jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit, untuk setiap variasi jarak bentang balok.

### D. Manfaat Penelitian

1. Bertambahnya pengetahuan tentang *castellated beam* serta pemodelan menggunakan program computer (*AutoCAD*, *FreeCAD*, dan *LISA-FEA*).
2. Mengetahui cara perhitungan metode elemen hingga sebagai aplikasi pada penelitian.
3. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat diaplikasikan dalam konstruksi baja terutama dalam struktur balok.
4. Dapat memperkaya khasanah ilmu pengetahuan pada umumnya, khususnya di bidang teknik sipil dalam penggunaan baja di industri konstruksi.

### E. Batasan Masalah

1. Profil baja yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan ukuran profil IWF 150x75x7x5, yaitu profil baja yang dengan ukuran yang paling kecil yang tersedia secara umum di toko bahan bangunan di sekitar Jawa dengan mutu leleh profil baja adalah 400 MPa.
2. Besar diameter lubang bukaan heksagonal diambil 3 buah variasi, yaitu 50 mm, 75 mm, dan 100 mm

3. Jarak antar lubang divariasikan hanya sejumlah 3 buah variasi, yaitu 60 mm, 80 mm, dan 100 mm
4. Sudut pemotongan divariasikan hanya sejumlah 2 buah variasi, yaitu  $55^{\circ}$  dan  $60^{\circ}$ .
5. Jarak bentang yang digunakan pada penelitian ini adalah 2 m; 2,5 m; 3 m; dan 3,5 m
6. Sambungan pada pemotongan baja (las) tidak dimodelkan pada penelitian ini.
7. Pada penelitian ini *buckling* tidak dimodelkan.
8. *Corner radius* ( $r$ ) pada baja IWF tidak dimodelkan pada penelitian ini.
9. Penggunaan profil non prismatis dilakukan dengan mengacu pada ketinggian acuan salah satu profil saja.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

Beberapa penelitian mengenai *castellated beam* dengan lubang bukaan heksagonal telah dilakukan sebelumnya. Muhtarom (2015) melakukan penelitian dengan analisis numeris menggunakan metode elemen hingga dan membandingkan dengan hasil yang dilakukan dengan benda uji pada laboratorium. Pada penelitian ini, digunakan baja balok *castellated* dengan profil ukuran IWF 225x75x7x5 mm yang dibentuk dari baja IWF 150x75x7x5 dengan panjang bentang 1 m dengan bukaan heksagonal. Program analisis yang digunakan adalah *ANSYS versi 10*. Dari hasil penelitian, dapat diketahui bahwa untuk model numerik lebih kaku dibandingkan dengan model eksperimen karena idealisasi pada model numerik lebih sempurna. Dari hasil perbandingan tegangan antara analisis numeris dan eksperimental di laboratorium, perbedaan tegangan yang dihasilkan hanya memiliki selisih 6,55% dengan kapasitas beban ultimit mencapai 145 kN dengan defleksi yang diraih senilai 2,44 mm.

Penelitian lainnya mengenai *castellated beam* yang dianalisis menggunakan numeris melalui program *ANSYS* juga dilakukan oleh Wakchaure dan Sagade (2012). Benda uji dengan bentang sebesar 2 m variasi tinggi profil dari 210 mm hingga 240 mm, diperoleh mencapai 120 kN dengan defleksi mencapai 5,06 mm. Dari penelitian ini, juga dapat diketahui bahwa nilai bukaan maksimum dengan hasil memuaskan akan diperoleh bila tinggi bukaan pada lubang heksagonal tidak melebihi dari 0,6 tinggi profilnya, karena bila bukaan terlalu besar, maka kegagalan akan segera terjadi. Distribusi

tegangan yang terjadi juga berada pada daerah pojok lubang bukaan heksagonal.

Berbeda dengan penelitian yang dilakukan oleh Wiyono (2013), penelitian *castellated beam* tidak menggunakan metode elemen hingga tetapi dilakukan dengan uji laboratorium. Penelitian ini menggunakan 7 benda uji dengan profil baja IWF 200x100x5,5x8 untuk mengetahui optimasi kekuatan tegangan lentur, akibat penentuan sudut, tinggi dan lebar pemotongan profil. Dari hasil penelitian, ditinjau dari identifikasi momen leleh, momen runtuh, lendutan dan *buckling* pada baja kastela diperoleh sudut optimal pemotongan profil yaitu  $40^{\circ}$ – $60^{\circ}$ , tinggi potongan profil optimal tidak boleh melebihi 50% dari tinggi awal profil atau lebih dari 150 mm, dan lebar pemotongan profil dianjurkan tidak melebihi 2,5% dari tinggi pemotongan profil yaitu 12,5 cm. Terbukti *castellated beam* lebih kuat menahan momen dibandingkan dengan baja profil utuh.

Penelitian tentang balok kantilever dengan baja profil non prismatis telah dilakukan oleh Maulana (2016) dengan menggunakan *software LISA-FEA* sebagai program perhitungan. Benda uji yang digunakan adalah profil baja T dan profil setengah IWF berjumlah 8 buah sampel yang bertumpuan kantilever dengan panjang bentang 1,5 m yang diberikan pembebanan dari 0,5 ton hingga 1,25 ton. Dari hasil penelitian, dapat diketahui profil baja T mengalami tegangan dan *displacement* yang lebih besar dibandingkan dengan profil setengah IWF sehingga penggunaan penampang setengah IWF lebih efektif saat digunakan pada struktur kantilever bentang pendek. Distribusi tegangan yang terjadi pada balok kantilever berupa tegangan tarik pada daerah permukaan pembebanan dan tegangan tekan pada daerah permukaan bawah balok.

## III. LANDASAN TEORI

### A. BAJA

Baja adalah logam paduan dengan besi sebagai unsur dasar dan karbon sebagai unsur paduan utamanya. Kandungan karbon dalam baja berkisar antara 0,21% hingga 2,1% berat sesuai *grade*-nya. Fungsi karbon dalam baja adalah sebagai unsur penguat dengan mencegah dislokasi bergeser pada kisi kristal (*crystal lattice*) atom besi. Unsur paduan lain yang biasa ditambahkan selain karbon adalah mangan (*manganese*), krom (*chromium*), vanadium, dan nikel. Dengan memvariasikan kandungan karbon

dan unsur paduan lainnya, berbagai jenis kualitas baja bisa didapatkan. Penambahan kandungan karbon pada baja dapat meningkatkan kekerasan (*hardness*) dan kekuatan tariknya (*tensile strength*), namun di sisi lain membuatnya menjadi getas (*brittle*) serta menurunkan keuletannya (*ductility*).

Dalam perencanaan struktur baja, SNI 1729-2015 mengambil beberapa sifat-sifat mekanik dari material baja yang sama yaitu :

Modulus Elastisitas, $E$	= 29.000 ksi (200.000 MPa)
Modulus Geser, $G$	= 11.200 ksi (72.200 MPa)
Angka <i>poisson</i>	= 0,3
Koefisien muai panjang, $\alpha$	= $12.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$

Sedangkan berdasarkan tegangan leleh dan tegangan putusnya, SNI 03-1729-2002 mengklasifikasikan mutu dari material baja menjadi 5 kelas mutu yang disajikan pada Tabel 1.

**Tabel 1** Sifat-Sifat Mekanis Baja Struktural

Jenis Baja	Tegangan Putus minimum, $f_u$ (MPa)	Tegangan Leleh minimum, $f_y$ (MPa)	Regangan minimum (%)
BJ 34	340	210	22
BJ 37	370	240	20
BJ 41	410	250	18
BJ 50	500	290	16
BJ 55	550	410	13

(Sumber: SNI 03-1729-2002)

## B. Teori Elastisitas

Sifat mekanik yang dimiliki material antara lain: kekuatan (*strength*), keliatan (*ductility*), kekerasan (*hardness*), dan kekuatan leleh (*fatigue*). Sifat mekanik material didefinisikan sebagai ukuran kemampuan material untuk mendistribusikan dan menahan gaya serta tegangan yang terjadi. Proses pembebanan, struktur molekul yang berada dalam ketidaksetimbangan, dan gaya luar yang terjadi akan mengakibatkan material mengalami tegangan. Sebuah material yang dikenai beban atau gaya akan mengalami deformasi, pada pembebanan di bawah titik luluh deformasi akan kembali hilang. Hal ini disebabkan karena material memiliki sifat elastis (*elastic zone*).

### 1. Tegangan

Tegangan adalah besaran pengukuran intensitas gaya atau reaksi dalam yang timbul

persatuan luas. Dalam praktek teknik, gaya umumnya diberikan dalam *pound* atau *newton*, dan luas yang menahan dalam  $\text{inch}^2$  atau  $\text{mm}^2$ . Akibatnya tegangan biasanya dinyatakan dalam  $\text{pound}/\text{inch}^2$  yang sering disingkat *psi* atau  $\text{Newton}/\text{mm}^2$  (MPa). Tegangan yang dihasilkan pada keseluruhan benda tergantung dari gaya yang bekerja.

### 2. Regangan

Regangan didefinisikan sebagai perubahan panjang material dibagi panjang awal akibat gaya tarik ataupun gaya tekan pada material. Batasan sifat elastis perbandingan regangan dan tegangan akan linier dan akan berakhir sampai pada titik mulur. Hubungan tegangan dan regangan tidak lagi linier pada saat material mencapai batasan fase sifat plastis.

### 3. Elastisitas dan Plastilitas

Jika sebuah material diberi beban dan mengalami regangan tetapi bila beban dihilangkan material tersebut kembali ke bentuk semula maka hal ini dikatakan elastis. Elastisitas ini berada di daerah elastis, sebelum titik luluh (*yield point*). Selama material masih berada di daerah elastis, jika beban dihilangkan maka material akan kembali ke bentuk semula.

Sedangkan plastisitas adalah perubahan bentuk yang permanen tanpa mengakibatkan terjadinya kerusakan. Sifat ini sering disebut keuletan (*ductile*). Bahan yang mampu mengalami *deformasi plastis* adalah bahan yang mempunyai keuletan tinggi dan sebaliknya bahan yang tidak deformasi plastis berarti mempunyai keuletan rendah atau getas.

### 4. Deformasi

Deformasi atau perubahan bentuk terjadi apabila bahan dikenai gaya. Selama proses deformasi berlangsung, material menyerap energi sebagai akibat adanya gaya yang bekerja. Sebesar apapun gaya yang bekerja pada material, material akan mengalami perubahan bentuk dan dimensi. Perubahan bentuk secara fisik pada benda dibagi menjadi dua, yaitu deformasi plastis dan deformasi elastis. Penambahan beban pada bahan yang telah mengalami kekuatan tertinggi tidak dapat dilakukan, karena pada kondisi ini bahan telah mengalami deformasi total. Jika beban tetap diberikan maka regangan akan bertambah dimana material seakan menguat yang disebut dengan penguatan regangan (*strain*

*hardening*) yang selanjutnya benda akan mengalami putus pada kekuatan patah.

#### 5. Yield Point (Batas Luluh)

Jika beban yang bekerja pada material diteruskan hingga diluar batas elastis akan terjadi perpanjangan atau perpendekan permanen secara tiba-tiba. Ini disebut *yield point* atau batas luluh dimana regangan meningkat sekalipun tiada peningkatan tegangan (hanya terjadi pada baja lunak). Setelah melewati titik ini, material tidak akan kembali ke bentuk semula, atau material sedang berada dalam daerah plastis.

#### 6. Kriteria Von Mises

*Von Mises* (1913) mengajukan pendapatnya bahwa luluh pada sistem tegangan yang kompleks akan terjadi pada saat deviator kedua dari invariant tegangannya melewati suatu nilai kritis tertentu. Persamaan ini adalah persamaan matematis yang ternyata konsisten dengan fakta empiris. Hasil percobaan menunjukkan bahwa material yang bersifat anisotropis, kriteria luluh tidak tergantung pada sumbu atau orientasi bidang, atau dengan kata lain merupakan suatu fungsi invarian dari tegangan.

Hencky (1924) memberikan tafsir persamaan matematis yang telah diajukan oleh *Von Mises* tersebut. Hencky mengajukan pendapatnya bahwa luluh akan terjadi pada saat energi distorsi atau energi regangan geser dari material mencapai suatu nilai kritis tertentu. Secara sederhana dapat dikatakan bahwa energi distorsi adalah bagian dari energi regangan total per unit volume yang terlibat di dalam perubahan bentuk. Bagian lain adalah bagian yang berhubungan dengan perubahan volume.

Teori ini memperkirakan suatu kegagalan mengalah dalam tegangan geser yang memadai lebih besar dari yang diperkirakan oleh teori tegangan geser maksimal. Teori keruntuhan *Von Mises yield criterion* digunakan pada penelitian ini sebagai acuan dalam analisis tegangan yang digunakan. Berikut pada Persamaan 1 ditunjukkan rumus yang digunakan pada analisis *Von Mises yield criterion* (Srinath, 2009).

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_y^2 \dots (1)$$

dengan :

$\sigma_x$  = tegangan pada arah 1 / arah sumbu x

$\sigma_y$  = tegangan pada arah 2 / arah sumbu y

$\sigma_z$  = tegangan pada arah 3 / arah sumbu z

$\sigma'$  = tegangan *Von Mises*

### C. Balok

#### 1. Balok Secara Umum

Balok adalah komponen struktur horizontal nominal yang memiliki fungsi utama untuk menahan momen lentur (SNI 1729:2015). Bentang struktural yang didesain untuk menahan gaya-gaya yang bekerja dalam arah transversal terhadap sumbunya disebut balok (*beam*). Berdasarkan pada arah bekerjanya beban-beban, maka balok berbeda dari batang yang mengalami tarik dan batang yang mengalami puntiran (Gere, 1996).

#### 2. Balok Kantilever

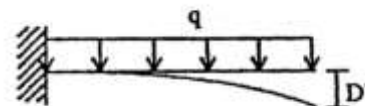
Balok yang salah satu ujungnya dijepit (*bulit in* atau *fixed*) dan yang lainnya bebas, disebut sebuah balok konsol (*cantilever beam*). Pada penyangga jepit, balok tidak dapat bertranslasi maupun berputar, sedangkan pada ujung bebas ia dapat mengalami keduanya. Akibatnya, naik reaksi-reaksi gaya momen dapat hadir pada penyangga jepit (Gere, 1996).

#### 3. Balok Non Prismatic

Balok non prismatic adalah balok-balok yang mempunyai penampang berbeda pada tiap bagian-bagiannya dan balok-balok tirus. Bila sebuah balok mempunyai dimensi penampang yang berubah secara tiba-tiba, maka pada titik dimana perubahan tersebut akan terjadi konsentrasi tegangan lokal, akan tetapi tegangan lokal ini tidak mempunyai pengaruh yang berarti terhadap perhitungan lendutan. (Gere, James M., 1996)

### D. Analisis Konstruksi Balok

Dalam penelitian ini, digunakan metode analisis struktur dengan Metode Fleksibilitas (*flexibility method/force method*). Dalam metode fleksibilitas ini, gaya merupakan variabel utama yang tidak diketahui, dan dicari lebih dahulu. Sedangkan *displacement* dapat diperoleh pada tahap berikutnya berdasarkan gaya-gaya yang telah diperoleh dari step sebelumnya.



**Gambar 1** Fleksibilitas balok kantilever terbebani beban merata (Sumber: Suhendro, 2000)

Persamaan yang digunakan dalam formulasi yaitu persamaan aksi–deformasi.

$$D' = \frac{q \cdot L^4}{8 EI} \dots \dots \dots (2)$$

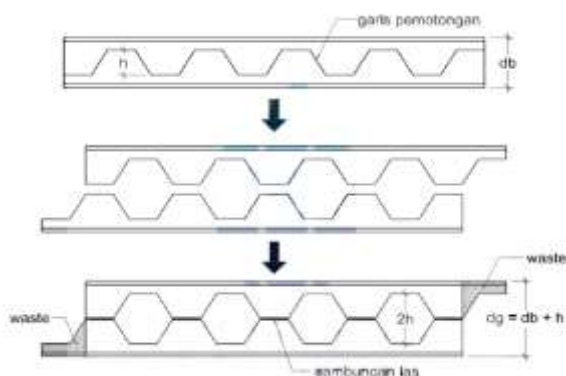
Dimana :

- D' = Displacement maksimal
- E = Modulus Elastisitas
- q = Beban merata
- I = Momen Inersia Balok
- L = Panjang bentang balok

### E. Castellated Beam

#### 1. Konsep Dasar Castellated Beam

Castellated beam adalah profil I, H atau U yang pada bagian badannya dipotong memanjang dengan pola zig–zag. Kemudian bentuk dasar baja diubah dengan cara menggeser setengah bagian profil baja yang telah dipotong. Penyambungan setengah bagian profil dengan cara dilas pada bagian gigi–giginya. Sehingga terbentuk profil baru dengan lubang berbentuk segi enam (*hexagonal*), segi delapan (*octagonal*), dan lingkaran (*circular*). (Johann Grunbauer, 2011).



**Gambar 2** Proses Pembuatan Castellated Beam (Sumber : Johann Grunbauer, 2011)

#### 2. Perilaku Castellated Beam

Dengan adanya bukaan lubang pada badan, perilaku *castellated beam* akan berbeda dengan balok tanpa adanya bukaan. Kerdal dan Nethercot (1984) menentukan bahwa terdapat enam mode kegagalan dari *castellated beam* :

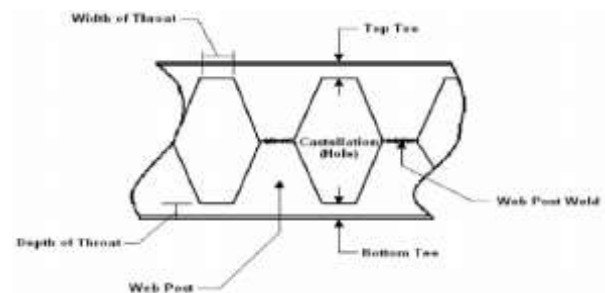
- a. Formasi dari mekanisme *Vierendeel*
- b. Tekuk lateral–torsi dari *Web post*
- c. Lateral *torsional buckling*
- d. *Web post buckling*
- e. Kegagalan pada sambungan las
- f. Formasi dari mekanisme lentur

#### 3. Komponen Castellated Beam

Komponen–komponen pada *castellated beam* memiliki penamaannya masing–masing. Komponen–komponen tersebut antara lain sebagai berikut (Bradley, 2003) :

- a. *Web–post* adalah bagian penampang melintang dari *castellated beam* dimana penampang diasumsikan penampang penuh
- b. *Castellation Hole* adalah area dari *castellated beam* dimana *web* sudah dinaikkan (bagian lubang bukaan)
- c. *Width of Throat* adalah lebar dari pemotongan arah horizontal pada *web* balok
- d. *Depth of Throat* adalah kedalaman lubang bukaan diukur dari tepi *flange* ke bagian penampang T
- e. *Expansion percentage* adalah presentase kenaikan dari ketinggian IWF sebelum dipotong dan sesudah menjadi *castellated beam*

Pada Gambar 3 ditunjukkan bagian–bagian dari komponen–komponen pada *castellated beam*.



**Gambar 3** Komponen Castellated Beam (Sumber: Bradley, 2003)

### F. Metode Elemen Hingga

#### 1. Analisis Struktur dengan Metode Elemen Hingga

Di era komputerisasi seperti sekarang ini, telah banyak dikembangkan software berbasis metode elemen hingga yang dapat digunakan dengan cukup mudah. Adapun *software* yang dimaksud antara lain *software Adina, midas NFX, ANSYS, RFEM, Lusas, NASTRAN, LISA–FEA, ABAQUS*, dan lain–lain. Diharapkan dengan adanya *software* tersebut, permasalahan pemodelan suatu elemen struktur dengan metode elemen hingga dapat diselesaikan dengan mudah dan cepat. Hasil pemodelan suatu elemen struktur yang akurat dengan prinsip metode elemen hingga, akan memiliki derajat ketelitian

yang jauh lebih baik jika dibandingkan dengan penyelesaian analisis dengan cara lain.

Persamaan umum dalam metode elemen hingga :

$$[K] \{U\} = \{F\} \dots\dots\dots(3)$$

dimana :

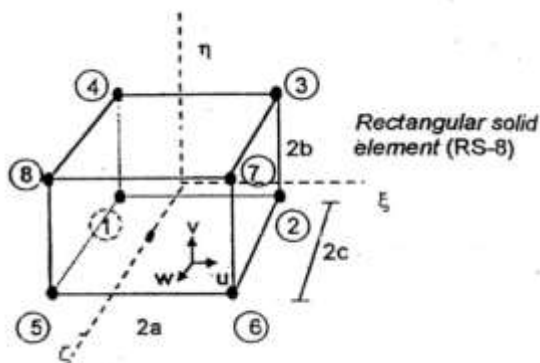
- [K] : Matriks kekakuan elemen
- {U} : Matriks perpindahan elemen
- {F} : Matriks gaya yang bekerja pada elemen

2. Jenis Elemen 3-Dimensional Solid

Dalam analisis struktur metode elemen hingga, elemen sangat mempengaruhi perhitungan, dalam penelitian ini *castellated beam* diidealisasikan sebagai elemen 3-Dimensional Solid dikarenakan mempunyai sayap yang lebar dan terbuat dari material solid baja.

Menurut Suhendro (2002), jenis elemen pada 3-Dimensional solid yang paling banyak digunakan adalah 3 macam yaitu :

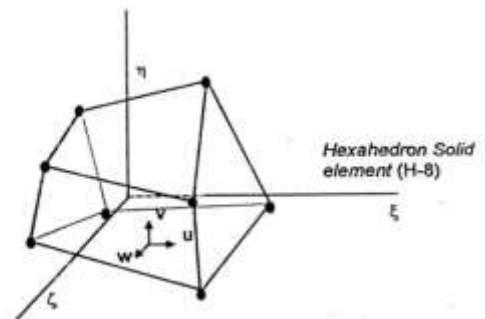
- a. *Element Rectangular Solid (RS-8)*  
Merupakan jenis elemen *Hexahedral*, yang bentuk elemen ini seperti bata (*brick*) yang mempunyai titik nodal minimal 8 buah. Elemen ini mempunyai 3 *degree of freedom* pada setiap titik nodalnya, sehingga secara keseluruhan elemen ini mempunyai 24 *degree of freedom*. Pada pengaplikasiannya, elemen ini hanya digunakan untuk menganalisis bentuk struktur yang beraturan saja karena bentuknya yang menyerupai kubus. Gambar elemen ini dapat dilihat pada Gambar 4



Gambar 4 Elemen Rectangular Solid (RS-8)  
(Sumber: Suhendro, 2000)

- b. *Elemen Hexahedron Solid (H-8)*

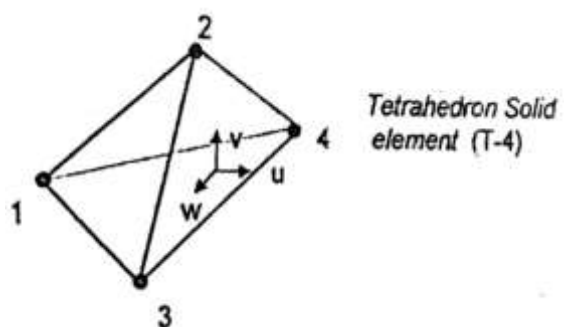
Merupakan jenis elemen *Hexahedral*, yang mana elemen ini merupakan pengembangan dari elemen *Rectangular Solid (RS-8)*, mempunyai 6 sisi (*hexahedron side*) tapi bentuknya tidak berbentuk kubus sempurna. Sama seeti halnya dengan elemen *Rectangular Solid*, maka elemn ini mempunyai 3 *degree of freedom* pada setiap nodalnya, sehingga sevara keseluruhan elemen ini juga mempunyai 24 *degree of freedom*. Elemen ini digunakan untuk menganalisis bentuk struktur yang agak beraturan saja. Gambar elemen ini dapat dilihat pada Gambar 5



Gambar 5 Elemen Hexahedron Solid (H-8)  
(Sumber: Suhendro, 2000)

- c. *Elemen Tetrahedron Solid (T-4)*

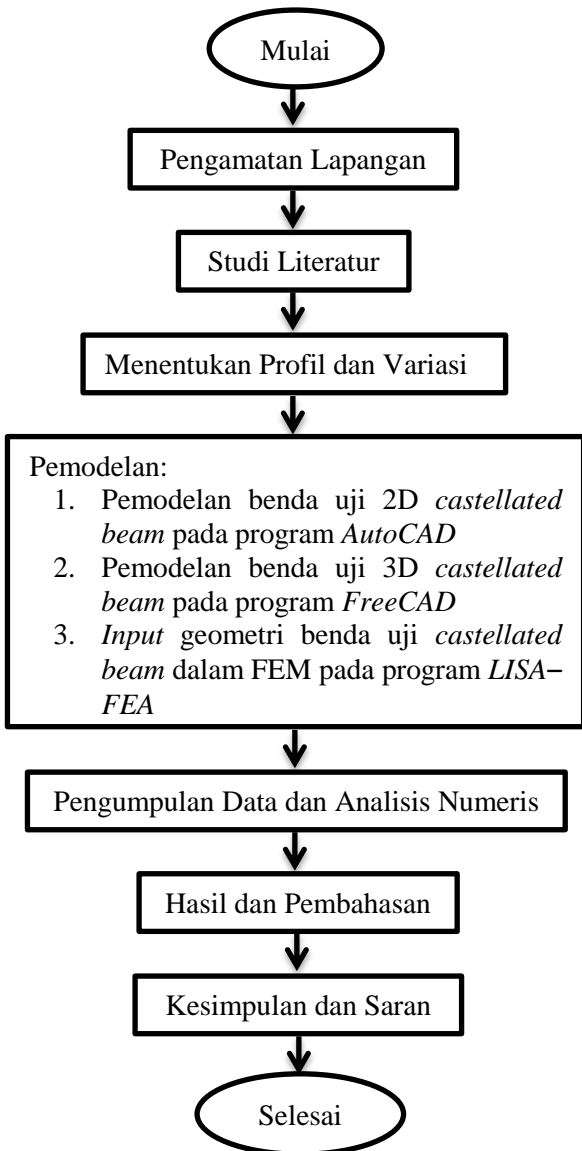
Elemen ini mempunyai 4 sisi, yang mana elemen ini baik digunakan untuk menganalisis struktur yang geometrinya tidak beraturan. Pada penelitian ini, elemen *Tetrahedron Solid* inilah yang digunakan untuk mendiskretisasi balok kastela yang geometrinya tidak teratur khususnya pada bagian sekitar bukaan. Adapun bentuk geometri dari elemen ini dapat dilihat pada Gambar 6



Gambar 6 Elemen Tethrahedron Solid (T-4)  
(Sumber: Suhendro, 2000)

#### IV. METODOLOGI PENELITIAN

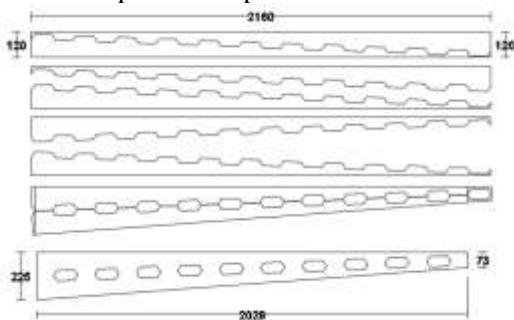
##### A. Tahapan Penelitian



Gambar 7 Bagan alir tahapan penelitian

##### B. Pemodelan 2 Dimensi Benda Uji pada Program AutoCAD.

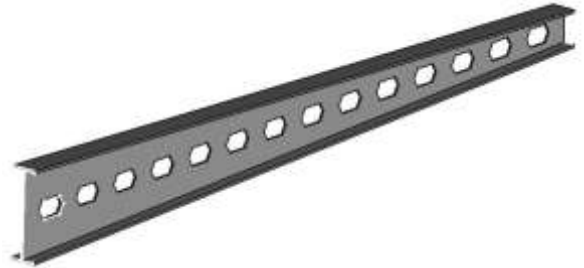
Pemodelan benda uji pada program *AutoCAD* dapat dilihat pada Gambar 8



Gambar 8 Pemodelan Benda Uji pada Program *AutoCAD*

##### C. Pemodelan 3 Dimensi Benda Uji pada Program FreeCAD

Pemodelan benda uji pada program *FreeCAD* dapat dilihat pada Gambar 9



Gambar 9 Pemodelan Benda Uji pada Program *FreeCAD*

##### D. Input Geometri dan Analisis Benda Uji pada Program LISA-FEA

Pada penelitian ini, analisis defleksi dan tegangan pada balok yang ditinjau menggunakan bantuan program *LISA-FEA* 8.0. Program ini adalah program yang gratis untuk digunakan (*open source*) dan *software* tersebut telah diverifikasi oleh peneliti menggunakan benda uji yang lebih sederhana, nilai yang dihasilkan tidak jauh dari hasil perhitungan analisis secara manual.

Tumpuan benda uji merupakan kantilever, yaitu dijepit pada salah satu ujungnya dan bebas pada ujung lainnya. Pada ujung jepit, nilai *displacement* dan rotasi nilainya adalah nol. Besar beban yang diberikan sesuai dengan Tabel 6 dan pembebanan dilakukan secara merata pada permukaan balok. Berikut pada Gambar 8, diberikan ilustrasi pembebanan dan penumpuan pada benda uji.



■ Fixed Support ■ Distributed load ■ sample

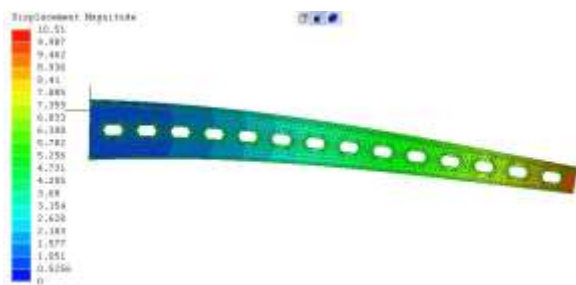
Gambar 10 Ilustrasi pembebanan dan penumpuan benda uji

Analisis numeris dalam *LISA-FEA* berupa analisis metode elemen hingga dengan batasan 1300 nodes/titik elemen. Analisis metode elemen hingga dilakukan untuk mengetahui besar nilai tegangan *von mises* dan perpindahan (*displacement*) yang terjadi pada balok. Berikut pada Gambar 11 dan Gambar 12 adalah contoh proses analisis numeris menggunakan program *LISA-FEA* 8.0.





**Gambar 11** Hasil analisis program *LISA-FEA*, diperoleh nilai tegangan yang terjadi pada balok kantilever *castellated* non prismatis



**Gambar 12** Hasil analisis program *LISA-FEA*, diperoleh nilai *displacemet/defleksi* yang terjadi pada balok kantilever *castellated* non prismatis

## V. HASIL DAN PEMBAHASAN

### A. Hasil Pemodelan Benda Uji pada Program AutoCAD

#### 1. Penamaan Benda Uji

Agar lebih efisien dalam penulisan dan membaca variasi pada benda uji, dapat diberikan penamaan atau singkatan pada setiap benda uji. Sebagai contoh, benda uji dapat dituliskan penamaan atau disingkat menjadi D50-S60-JA60-L2, dimana :

D = Diameter

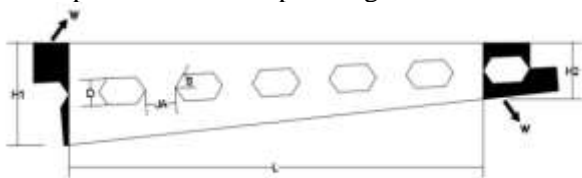
JA = Jarak antar lubang

S = Sudut lubang

L = Panjang bentang

#### 2. Pencarian Dimensi Benda Uji pada Program AutoCAD

Hasil pemodelan pada program *AutoCAD* dapat dilihat pada Gambar 13 dan dimensinya dapat dilihat pada Tabel 2 sampai dengan Tabel 5.



**Gambar 13** Ilustrasi hasil pemodelan benda uji pada program *AutoCAD*

Pada Gambar 13, terdapat 7 parameter yang diambil sebagai data – data hasil dari pemodelan benda uji balok kantilever *castellated* bukaan heksagonal penampang non prismatis, antara lain: sudut lubang (S), jarak antar lubang (JA), diameter lubang (D), panjang bentang (L), tinggi sisi kiri profil non prismatis (H1), tinggi sisi kanan profil non prismatis (H2), dan sisa pemotongan (w)

**Tabel 2** Data – data dimensi benda uji bentang 2 meter

No	L (mm)	H1 (mm)	H2 (mm)	S (°)	D (mm)	JA (mm)
1	2073	255	101	55	50	60
2	2028		103			80
3	2213		103			100
4	2129		125		75	60
5	2204		126			80
6	2119		128			100
7	2150		150		100	60
8	2149		151			80
9	2259		151			100
10	2143		101	60	50	60
11	2156		102			80
12	2158		103			100
13	2018		126		75	60
14	2111		126			80
15	2045		128			100
16	2014		150		100	60
17	2039		151			80
18	2160		151			100

**Tabel 3** Data – data dimensi benda uji bentang 2,5 meter

No	L (mm)	H1 (mm)	H2 (mm)	S (°)	D (mm)	JA (mm)
1	2539	255	100	55	50	60
2	2614		101			80
3	2683		102			100
4	2647		124		75	60
5	2629		125			80
6	2624		126			100
7	2528		149		100	60
8	2609		150			80
9	2529		151			100
10	2589		100	60	50	60
11	2534		101			80
12	2616		102			100
13	2508		124		75	60
14	2517		125			80
15	2531		126			100
16	2547		149		100	60
17	2660		149			80
18	2674		150			100

**Tabel 4** Data – data dimensi benda uji bentang 3 meter

No	L (mm)	H1 (mm)	H2 (mm)	S (°)	D (mm)	JA (mm)	
1	3004	255	99	55	50	60	
2	3004		100			80	
3	3154		101			100	
4	3164		124		75	60	
5	3054		125			80	
6	3129		125			100	
7	3100		148		100	60	
8	3070		149			80	
9	3069		150			100	
10	3036		100		50	60	
11	3101		100			80	
12	3074		101			100	
13	3161		123		60	75	60
14	3127		124			80	
15	3018		125			100	
16	3080		148		100	60	
17	3126		149			80	
18	3192		149			100	

**Tabel 5** Data–data dimensi benda uji bentang 3,5 meter

No	L (mm)	H1 (mm)	H2 (mm)	S (°)	D (mm)	JA (mm)	
1	3623	255	98	55	50	60	
2	3589		99			80	
3	3624		100			100	
4	3508		124		75	60	
5	3691		124			80	
6	3633		125			100	
7	3670		148		100	60	
8	3530		149			80	
9	3610		149			100	
10	3632		98		50	60	
11	3666		99			80	
12	3532		100			100	
13	3652		123		60	75	60
14	3535		124			80	
15	3505		125			100	
16	3613		148		100	60	
17	3561		148			80	
18	3706		149			100	

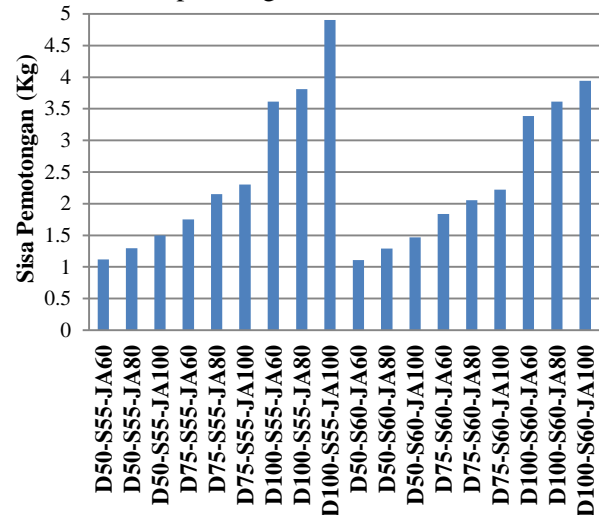
Pada Tabel 2 sampai dengan Tabel 5 menunjukkan bahwa panjang bentang benda uji yang dimodelkan pada program *AutoCAD* tidak bisa sesuai sekali dengan panjang bentang rencana pada variasi benda uji karena faktor pemotongan zig–zag yang dilakukan secara miring, sehingga sulit untuk memperoleh panjang bentang yang sesuai dengan panjang bentang rencana. Selisih minimal antara panjang bentang rencana dengan panjang bentang

pemodelan yaitu sebesar 4 mm pada benda uji bentang 3 meter dengan diameter 50 mm, jarak antar lubang 60 mm dan sudut 55°. Untuk selisih maksimal sebesar 26 cm pada benda uji bentang 2 meter dengan diameter 100 mm, jarak antar lubang 100 mm dan sudut lubang 55°.

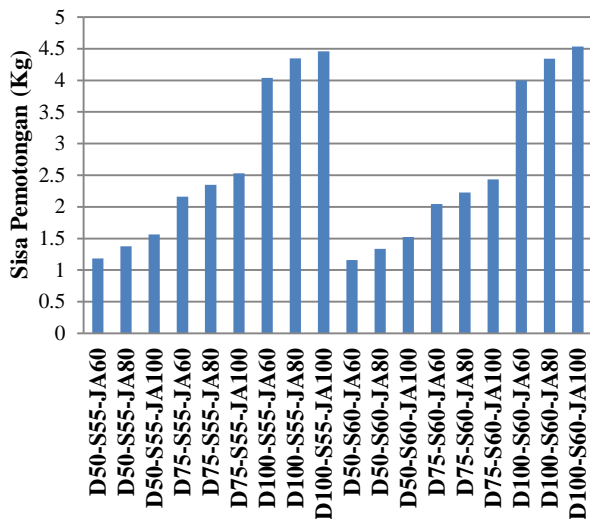
Tinggi optimal sisi jepit profil non prismatis yang dapat diperoleh pada seluruh benda uji balok kantilever *castellated* bukaan heksagonal penampang non prismatis adalah sama sebesar 255 mm. Sisi kiri profil non prismatis dibuat sama agar semua benda uji dapat dibandingkan satu sama lain karena sisi kiri profil non prismatis merupakan sebagai acuan yang bertumpuan dijepit.

### 3. Hasil Sisa Pemotongan Benda Uji

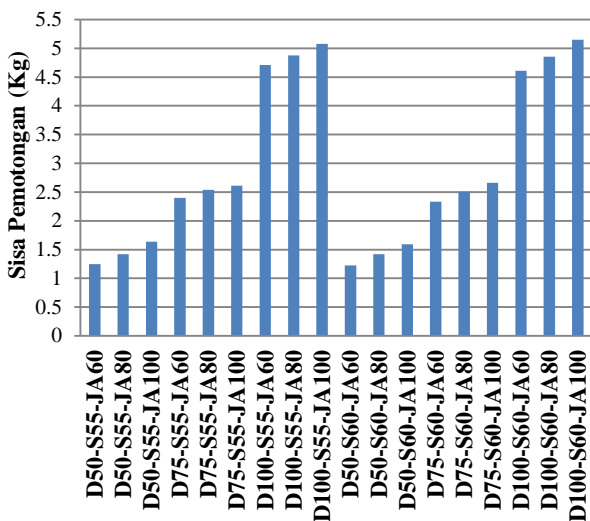
Adapun hasil sisa pemotongan benda uji untuk setiap variasi bentang disajikan pada Gambar 9 sampai dengan Gambar 12.



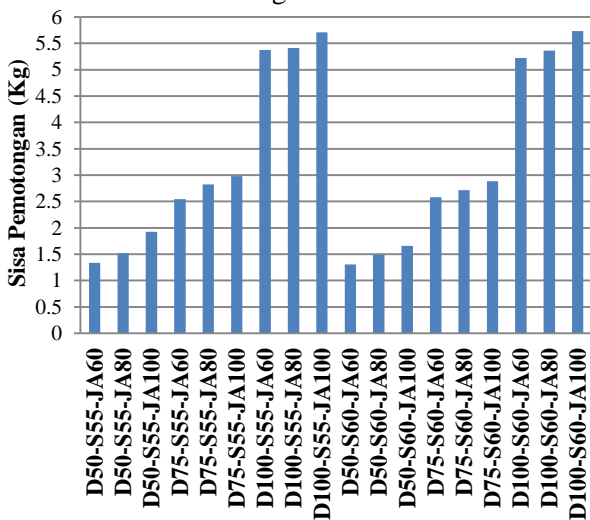
**Gambar 14** Grafik sisa pemotongan benda uji bentang 2 meter



Gambar 15 Grafik sisa pemotongan benda uji bentang 2,5 meter



Gambar 16 Grafik sisa pemotongan benda uji bentang 3 meter

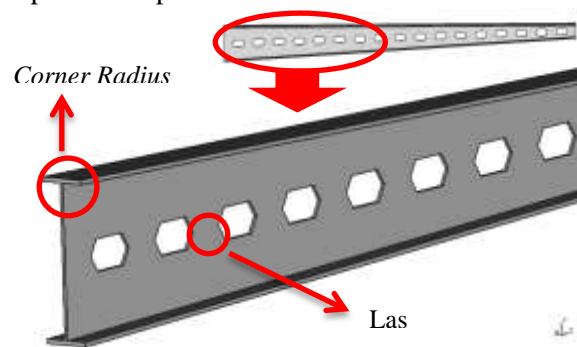


Gambar 17 Grafik sisa pemotongan benda uji bentang 3,5meter

Pada Gambar 14 sampai dengan Gambar 17 dapat dilihat bahwa sisa pemotongan benda uji dipengaruhi oleh beberapa faktor, antara lain diameter lubang, jarak antar lubang, panjang bentang dan sudut lubang. Semakin besar diameter lubang, jarak antar lubang dan panjang bentang pada benda uji, maka semakin besar sisa pemotongannya karena sisa pemotongan benda uji rata-rata seluas satu lubang heksagonal. Berbanding terbalik dengan sudut lubang, semakin besar sudut pada lubang maka akan memperbesar lubang heksagonal sehingga sisa pemotongannya semakin sedikit.

## B. Hasil Pemodelan Benda uji pada Program FreeCAD

Hasil pemodelan pada program *FreeCAD* dapat dilihat pada Gambar 18



Gambar 18 Pemodelan benda uji pada FreeCAD

*Corner radius* dan pengelasan tidak dimodelkan. Hal ini yang menjadi batasan masalah dalam penelitian.

## C. Hasil Pemodelan Benda Uji pada Program LISA-FEA

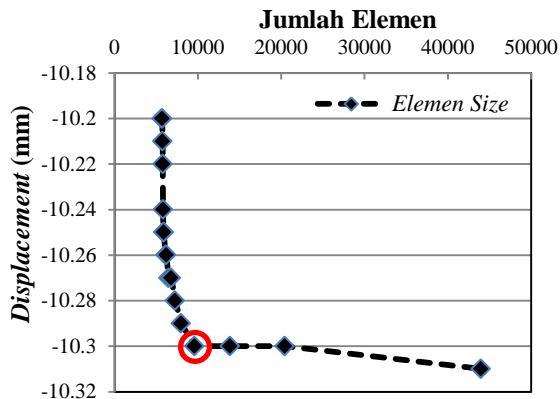
### 1. Verifikasi Hitungan Manual dengan Program LISA-FEA

Verifikasi dilakukan dengan cara membandingkan antara hasil perhitungan manual dengan hasil perhitungan program. Perhitungan manual dilakukan agar dapat mengetahui apakah hasil perhitungan program *LISA-FEA* sesuai dengan hasil perhitungan analisis struktur. Dari hasil perhitungan diperoleh selisih hasil *maximum of displacement* hitungan manual dengan program *LISA-FEA* tidak terlalu jauh atau sebesar 0,72% (kurang dari 5%) . Ditinjau dari ilmu statistika dan probabilitas, maka penggunaan program *LISA-FEA* masih diizinkan.

## 2. Hasil Konvergensi

Analisis konvergensi bertujuan untuk mencari volume elemen yang akan digunakan untuk setiap benda uji di empat variasi panjang bentang. Konvergensi dilakukan dengan mengubah ukuran dan jumlah elemen yang digunakan dengan diberikan beban yang tetap, kemudian dibandingkan hasil *displacement*-nya.

Hasil konvergensi pada bentang 2 meter dapat dilihat pada Gambar 19.



**Gambar 19** Grafik hasil uji konvergensi analisis metode elemen hingga bentang 2 meter

Diketahui dari Gambar 19, penggunaan volume elemen sebesar 10–25 mm<sup>3</sup> telah menghasilkan nilai *displacement* yang cukup stabil, sehingga pada bentang 2 meter dipilih volume maksimal sebuah elemen dalam proses *meshing* sebesar 25 mm<sup>3</sup>. Pada bentang 3,5 meter juga menggunakan *element size* 25 mm<sup>3</sup>.

Untuk panjang bentang 2,5 dan 3 meter, digunakan volume maksimal sebuah elemen dalam proses *meshing* sebesar 30 mm<sup>3</sup>.

## 3. Hasil Tegangan Von Mises dan Displacement

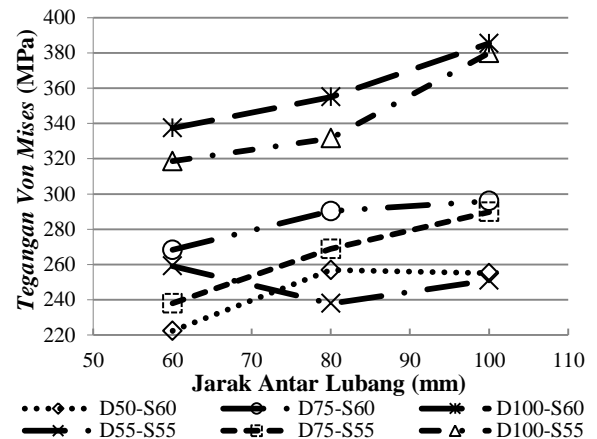
Benda uji yang akan dianalisis tegangan dan deformasinya, perlu diketahui beban optimal yang akan digunakan pada setiap variasi bentang balok kantilever *castellated* bukaan heksagonal penampang non prismatis. Beban yang bekerja pada benda uji akan menyebabkan benda uji mengalami tegangan dan perubahan bentuk (deformasi). Pada penelitian ini, mutu leleh profil baja sebesar 400 MPa, maka tegangan yang terjadi pada benda uji harus kurang dari atau mendekati 400 MPa agar balok baja masih dalam keadaan elastis. Oleh karena itu, perlu dicari beban optimal pada setiap variasi panjang bentang benda uji yang hasil tegangannya mendekati *yield point*.

Benda uji bentang 2 meter digunakan beban optimal sebesar 2,5 ton, karena pada beban ini benda uji dengan diameter 100 mm, jarak antar lubang 100 mm, dan sudut lubang 60° mengalami tegangan leleh sebesar 385,4 MPa. Berikut pada Tabel 6 disajikan beban optimal pada setiap variasi panjang bentang benda uji yang hasil tegangannya mendekati *yield point*.

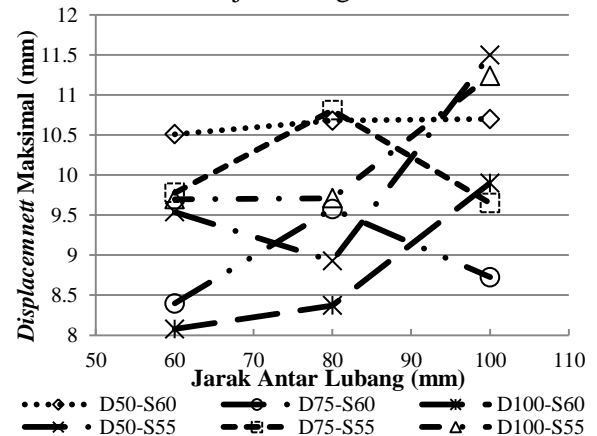
**Tabel 6** Nilai beban optimal pada setiap variasi panjang bentang benda uji

Panjang Bentang	Benda Uji	Beban Optimal	Tegangan
2 Meter	D100-S60-JA100	2,5 Ton	385,4 MPa
2,5 Meter		2,3 Ton	385,2 MPa
3 Meter		2,1 Ton	378,1 MPa
3,5 Meter	D100-S55-JA100	1,9 Ton	398,3 MPa

### a. Hasil Tegangan Von Mises dan Displacement pada Balok bentang 2 Meter



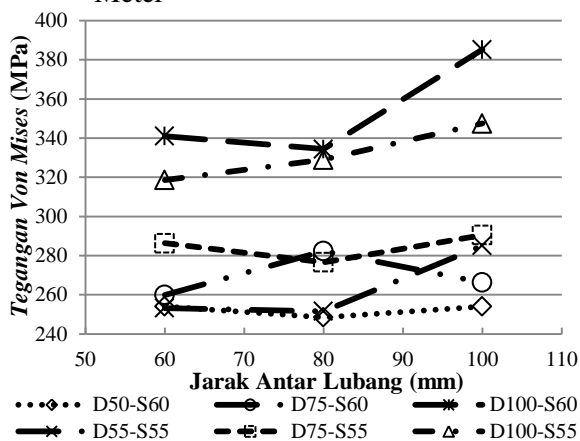
**Gambar 20** Grafik nilai tegangan *von mises* benda uji bentang 2 meter



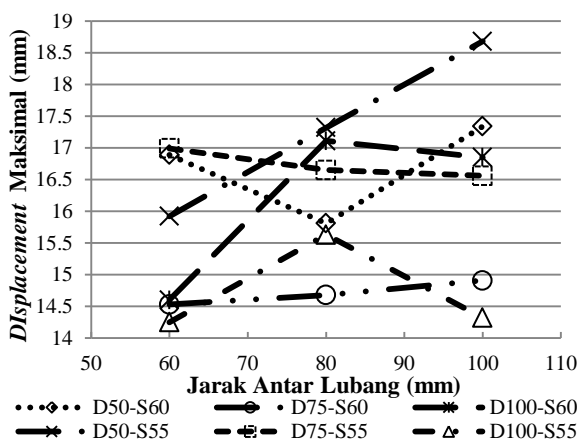
**Gambar 21** Grafik nilai *displacement* benda uji bentang 2 meter

Dari Gambar 20 dan Gambar 21, diketahui benda uji dengan jarak bentang 2 meter yang paling efektif dari tegangan *von mises* terdapat pada benda uji dengan diameter 50 mm, sudut lubang  $60^0$ , dan jarak antar lubang sebesar 60 mm yaitu sebesar 222,3 MPa. Jika ditinjau dari *displacement*, terdapat pada benda uji dengan diameter 100 mm, sudut lubang  $60^0$ , dan jarak antar lubang sebesar 60 mm sebesar 8,077 mm.

b. Hasil Tegangan *Von Mises* dan *Displacement* pada Balok bentang 2,5 Meter



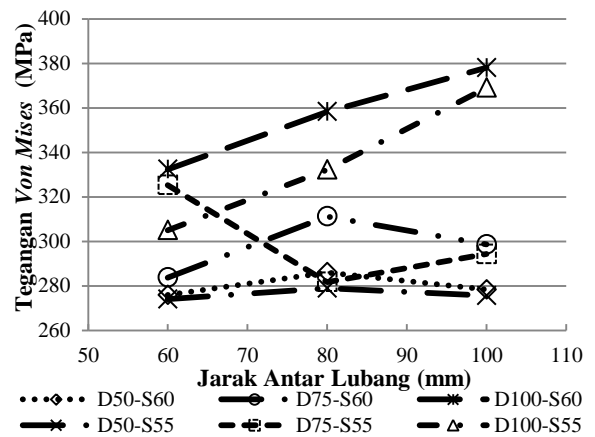
Gambar 22 Grafik nilai tegangan *von mises* benda uji bentang 2,5 meter



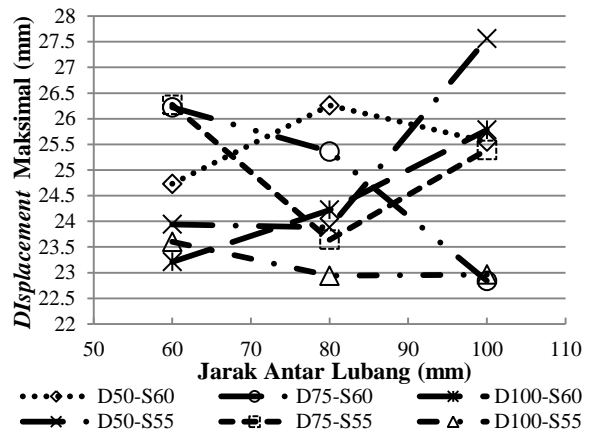
Gambar 23 Grafik nilai *displacement* benda uji bentang 2,5 meter

Pada Gambar 22 dan Gambar 23, menunjukkan tegangan *von mises* terkecil yang terjadi pada bentang 2,5 meter yaitu sebesar 248,5 MPa, terdapat pada benda uji dengan diameter 50 mm, sudut lubang  $60^0$  dan jarak antar lubang 80 mm. Pada benda uji dengan diameter 50 mm, sudut lubang  $55^0$  dan jarak antar lubang 100 mm mengalami *displacement* terkecil sebesar 14,25 mm.

c. Hasil Tegangan *Von Mises* dan *Displacement* pada Balok bentang 3 Meter



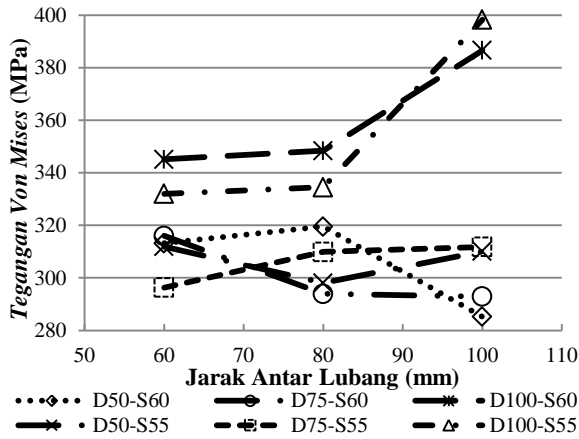
Gambar 24 Grafik nilai tegangan *von mises* benda uji bentang 3 meter



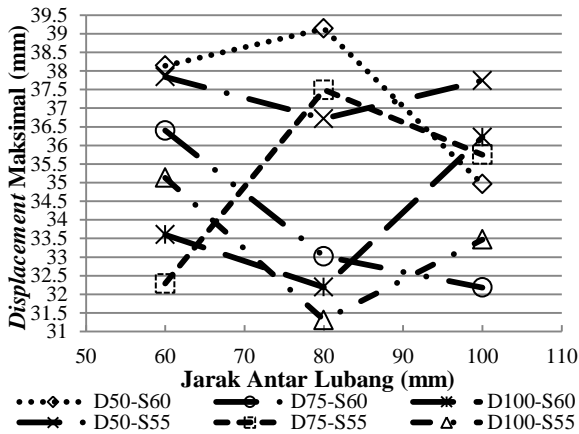
Gambar 25 Grafik nilai *displacement* benda uji bentang 3 meter

Bila melihat Gambar 24 dan Gambar 25, tegangan *von mises* terkecil pada panjang bentang 3 meter terjadi pada benda uji dengan diameter 50 mm, sudut lubang  $55^0$  dan jarak antar lubang 60 mm sebesar 274 MPa. *Displacement* terkecil sebesar 22,84 mm terjadi pada benda uji dengan diameter 75 mm, sudut lubang  $60^0$  dan jarak antar lubang 100 mm.

d. Hasil Tegangan *Von Mises* dan *Displacement* pada Balok bentang 3,5 Meter



**Gambar 26** Grafik nilai tegangan *von mises* benda uji bentang 3,5 meter



**Gambar 27** Grafik nilai *displacement* benda uji bentang 3,5 meter

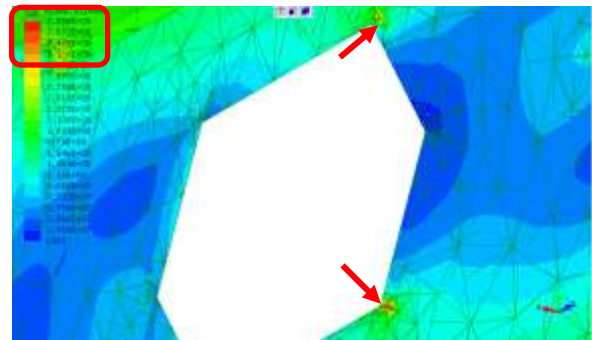
Berdasarkan Gambar 26 dan Gambar 27, nilai tegangan *von mises* terkecil yaitu sebesar 285,2 MPa, diperoleh pada benda uji dengan diameter 50 mm, sudut lubang 60° dan jarak antar lubang 100 mm. Untuk hasil *displacement* terkecil terjadi pada benda uji dengan 100 mm, sudut lubang 55° dan jarak antar lubang 80 mm yaitu sebesar 31,31 mm.

#### 4. Distribusi Tegangan

Selain nilai hasil analisis tegangan dan deformasi (*displacement*), dapat diketahui juga distribusi tegangan *von mises* pada benda uji. Berikut pada Gambar 28, ditunjukkan tegangan yang terjadi pada benda uji balok kantilever *castellated* bukaan heksagonal penampang non prismatis.



**Gambar 28** Distribusi tegangan pada balok kantilever *castellated* bukaan heksagonal penampang non prismatis.



**Gambar 29** Distribusi tegangan terbesar pada ujung lubang heksagonal.

Dari hasil analisis pada Gambar 28 dan Gambar 29 di atas, diketahui bahwa tegangan terbesar pada benda uji terjadi pada ujung lubang heksagonal dekat sisi jepit. Hal ini disebabkan karena lubang heksagonal yang paling dekat dengan sisi tumpuan jepit berperan besar dalam menahan momen akibat pembebanan dari permukaan atas ke arah bawah (gravitasi), sehingga daerah ini yang paling berpotensi besar mengalami sobek.

#### D. Rekapitulasi Benda Uji Efektif

Dari 72 benda uji yang telah dilakukan analisis tegangan dan deformasi, maka dapat diketahui benda uji mana yang efektif berdasarkan sudut lubang, sisa pemotongan, tegangan, dan *displacement*. Berikut pada Tabel 7, disajikan data rekapitulasi rekapitulasi benda uji yang efektif berdasarkan panjang bentang, sudut lubang, sisa pemotongan, tegangan, dan *displacement*.

**Tabel 7** Rekapitulasi benda uji yang efektif berdasarkan panjang bentang, sudut lubang, sisa pemotongan, tegangan, dan *displacement*

Panjang Bentang	Sudut	Sisa Pemotongan	Tegangan Von Mises	Displacement
2 Meter	55 <sup>0</sup>	D50-JA60	D50-JA80	D50-JA80
	60 <sup>0</sup>		D50-JA60	D100-JA60
2,5 Meter	55 <sup>0</sup>		D50-JA80	D100-JA60
	60 <sup>0</sup>		D50-JA80	D75-JA60
3 Meter	55 <sup>0</sup>		D50-JA60	D100-JA80
	60 <sup>0</sup>		D50-JA60	D75-JA100
3,5 Meter	55 <sup>0</sup>		D75-JA60	D100-JA80
	60 <sup>0</sup>		D50-JA100	D75-JA100

## VI. PENUTUP

### A. Kesimpulan

Dari penelitian yang telah dilakukan ini, dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Pada seluruh variasi jarak bentang balok, diameter lubang yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* adalah sebesar 100 mm, dari segi tegangan baja dan jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit adalah sebesar 50 mm. Kecuali, pada jarak bentang 3 meter, diameter lubang sebesar 75 mm menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement*.
2. Pada variasi jarak bentang 2 meter dan 2,5 meter, jarak lubang yang paling efektif untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* adalah sebesar 60 mm. Sedangkan, pada variasi jarak bentang 3 meter dan 3,5 meter, jarak lubang yang paling efektif sebesar 100 mm dan 80 mm. Dari segi tegangan baja, pada bentang 2 meter dan 3 meter, jarak lubang yang paling efektif yaitu sebesar 60 mm. Sedangkan, pada jarak bentang 2,5 meter dan 3,5 meter, jarak lubang yang paling efektif sebesar 80 mm dan 100 mm. Jumlah sisa pemotongan yang paling sedikit untuk setiap variasi jarak bentang balok terdapat pada jarak lubang 60 mm.
3. Sudut pemotongan yang paling efektif pada variasi jarak bentang 2 dan 3 meter untuk menghasilkan penampang yang optimal dari segi *displacement* adalah sebesar 60<sup>0</sup>, sedangkan pada variasi bentang 2,5 dan 3,5 meter sebesar 55<sup>0</sup>. Dari segi tegangan baja, sudut 60<sup>0</sup> akan menghasilkan penampang yang optimal di seluruh variasi jarak bentang, kecuali pada jarak bentang 3 meter. Sudut 60<sup>0</sup> juga akan menghasilkan jumlah

sisa pemotongan yang lebih sedikit sehingga sudut ini sangat efektif.

### B. SARAN

Berdasarkan hasil yang diperoleh dalam penelitian ini, dapat diberikan beberapa saran sebagai berikut :

1. Ditentukan selisih panjang bentang rencana dengan panjang bentang hasil pemodelan *AutoCAD*
2. Ditambahkan lebih banyak variasi pada benda uji, baik variasi profil baja, diameter lubang, sudut lubang, jarak antar lubang, dan lain-lain.
3. Dilakukan uji laboratorium agar dapat dibandingkan antara hasil uji analisis numeris dengan laboratorium.
4. Dilakukan analisis non linier agar *buckling* pada benda uji dapat diketahui
5. Dilakukan perhitungan manual secara detail pada balok kantilever *castellated* bukaan heksagonal penampang non prismatis.

### DAFTAR PUSTAKA

- Badan Standar Nasional, 2015, *SNI 03-1729-2015 Spesifikasi Untuk Bangunan Gedung Baja Struktural*, Departemen Pekerjaan Umum.
- Badan Standar Nasional, 2002, *SNI 03-1729-2002 Tata Cara Perencanaan Struktur Baja untuk Bangunan Gedung*, Departemen Pekerjaan Umum.
- Bradley, T. P., 2003, *Stability of Castellated Beams During Erection. Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University*, Blacksburg
- Gere dan Timoshenko, 1997, *Mekanika Bahan*, Jakarta : Penerbit Erlangga.
- Grunbauer, Johann, 2011. *What Makes Castellated Beams So Desirable As a Constructional Element*. (<http://www.grunbauer.nl/eng/inhoud>, diakses April 2017).
- Kerdal, D., Nethercot, D. A., 1984, *Failure Modes for Castellated Beams. Journal of Constructional Steel Research 4*, Pp. 295-315
- Maulana, T.I., Harsoyo, Y.A., Monika, F. (2016). *Perbandingan Tegangan dan Deformasi Baja Profil T dan Setengah IWF pada Kantilever Bentang Pendek Melalui Analisis Metode Elemen Hingga*.

*International Conference on Engineering and Applied Science 2016.*

- Muhtarom, A. (2015). Studi Perilaku Balok Kastela Bentang Pendek dengan Variasi Dimensi Lubang Heksagonal Menggunakan Metode Elemen Hingga. *Jurnal Cantilever*. Vol. 4 no. 1. Pp. 7-13
- Priyosulistyo, H. (2010). *Perancangan Analisis Struktur Beton Bertulang I*. Yogyakarta : Biro Penerbit Teknik Sipil dan Lingkungan UGM.
- Setiawan, A. (2000). *Perencanaan Struktur Baja dengan Metode LRFD (Berdasarkan SNI 03-1729-2002)*. Erlangga.: Semarang
- Srinath, L.S. (2009). *Advanced Mechanics of Solid*. New Delhi : Tata McGraw-Hill Publishing.
- Suhendro, B. (2000). *Metode Elemen Hingga dan Aplikasinya*, UGM, Yogyakarta
- Wakchaure, M.R., Sagade, A.V. (2012). Finite element analysis of castellated steel beam. *International Journal of Engineering and Innovative Techonogy (IJEIT)*. Vol 4 No. 1. Pp. 365-372
- Wiyono, A. (2013). Development of Optimization of Stell Castela As The Stell Beams. University of Surabaya