

BAB III

ANALISIS TEGANGAN PIPA

3.1 Definisi Analisis Tegangan Pipa

Analisis tegangan pipa merupakan suatu ilmu yang membahas tentang aspek tegangan yang terjadi dalam suatu instalasi perpipaan akibat beban-beban yang terjadi atau dikenakan. Tegangan tersendiri dapat didefinisikan sebagai jumlah gaya yang bekerja pada suatu bidang.

3.2 Teori Dasar Tegangan-Regangan

Hukum hooke merupakan dasar dari perhitungan tegangan suatu benda atau material. Meski begitu, hukum hooke hanya berlaku selama berada di daerah elastis saja. Rumus hukum hooke adalah sebagai berikut :

Keterangan :

σ = Tegangan (Pa)

ε = Regangan (mm/mm)

E = Modulus Elastisitas / Modulus Young (Pa)

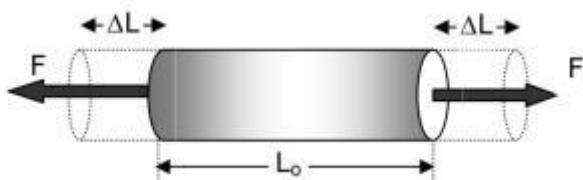
Regangan merupakan pertambahan panjang suatu benda uji per satuan panjang awal.

Adapun regangan didapatkan dari rumus di bawah ini :

Keterangan :

li = panjang akhir material (mm)

lo = panjang awal material (mm)



Gambar 3.1 Contoh bentuk regangan

Gambar di atas menunjukkan benda berbentuk silinder pejal sedang dikenankan beban tarik. Selain menggunakan rumus di atas, tegangan juga dapat dicari dengan rumus di bawah ini :

Keterangan :

σ = Tegangan (Mpa)

$$F = Gaya/Beban (N)$$

A = Luas Area Penampang (mm^2)

Suatu benda jika diberi beban statik akan mengalami perubahan bentuk (deformasi), deformasi terdiri dari 2 macam yaitu :

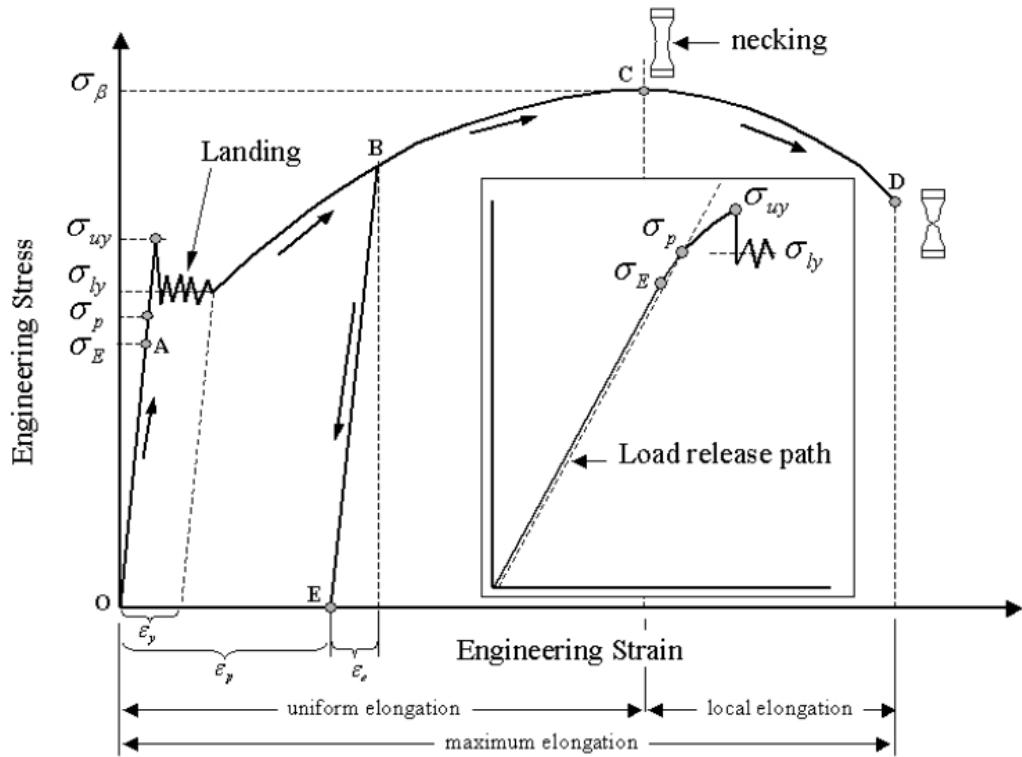
a. Deformasi Elastis

Deformasi elastis adalah deformasi atau perubahan bentuk yang terjadi pada suatu benda saat gaya atau beban itu bekerja pada benda tersebut, dan perubahan itu akan hilang atau kembali ke bentuk awal ketika gaya atau beban tersebut ditiadakan.

b. Deformasi Plastis

Deformasi plastis adalah deformasi atau perubahan bentuk yang terjadi secara permanen ketika suatu benda diberikan gaya atau beban, hal ini dikarenakan gaya atau beban yang diberikan melebihi dari daerah elastis material benda itu sendiri.

Berikut ini grafik yang berhubungan dengan tegangan dan regangan.



Gbr.5 Profil data hasil uji tarik

Gambar 3.2 Grafik Tegangan-Regangan (Sumber : <https://bit.ly/2vsS2pS>)

Dari grafik di atas dapat dapat disimpulkan bahwa :

1. Poin A, Batas Proposional

Poin ini menunjukkan bedasarkan hukum hooke bahwa tegangan berbanding lurus dengan regangan

2. Poin σ_{iy} , Tegangan luluhan

Tegangan ini merupakan tegangan rata-rata daerah landing sebelum benar-benar memasuki fase deformasi plastis

3. Poin C, UTS (*ultimate tensile strength*)

Titik C merupakan tegangan besar maksimum yang didapatkan dalam uji tarik.

4. Poin D, Titik Putus

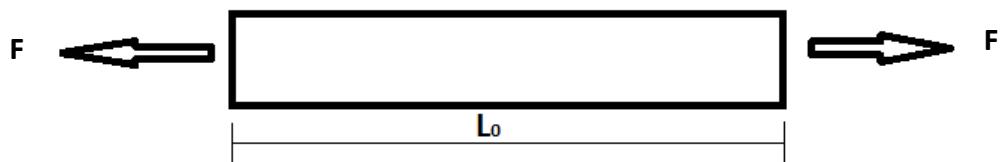
Titik D merupakan besar tegangan di mana bahan yang diuji putus atau patah.

3.3 Tegangan Normal

Tegangan normal adalah intensitas gaya yang bekerja normal (tegak lurus) terhadap bidang pembebanan dan dilambangkan dengan σ (sigma) (Andrawina, 2015). Pembebanan yang menyebabkan terjadinya tegangan normal adalah :

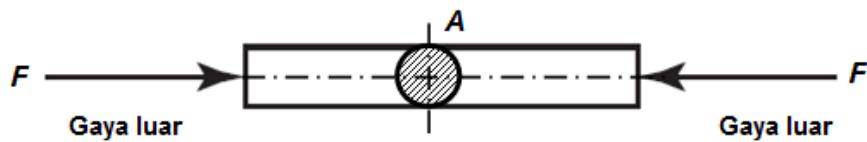
1. Gaya tarik dan Tekan

Gaya tarik merupakan gaya aksial yang diberikan pada benda uji dengan arah vektor berlawanan yang berada di satu sumbu seperti Gambar 3.3 di bawah ini. Gaya ini menyebabkan pertambahan panjang pada benda uji dan menyebabkan pengecilan luas penampang yang memiliki keuletan yang besar.



Gambar 3.3 Gaya tarik pada benda uji (Sumber : <http://teknik-mesin1.blogspot.com/2011/06/uji-tarik-bahan.html>)

Gaya tekan merupakan gaya aksial dengan vektor arah berlawanan sehingga menyebabkan terjadinya berkurangnya panjang benda uji. gaya ini menyebabkan bertambah luas penampang benda uji yang diberi pembebanannya. Gambar 3.4 menunjukan gaya tekan pada benda.



Gambar 3.4 Tegangan tekan (Sumber : <https://bit.ly/2On6BSy>)

Dimana :

$$A_m = \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) \dots \quad (3.5)$$

Keterangan :

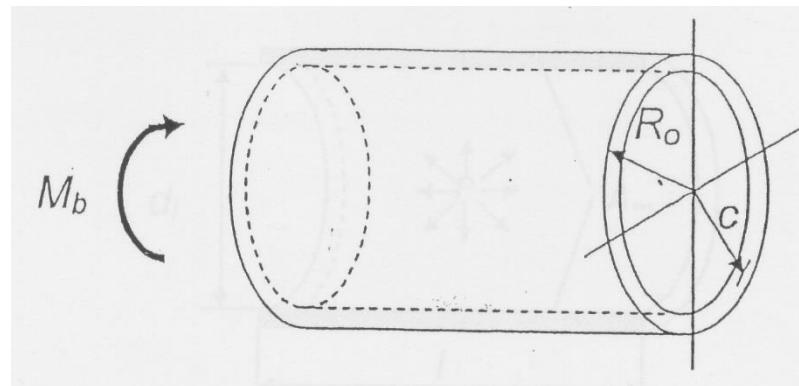
σ = Tegangan Normal (N/mm²)

F = Gaya yang bekerja (N)

A = Luas penampang (mm^2)

2. Momen Lentur

Momen lentur disebabkan karena adanya gaya aksial yang arahnya tegak lurus dengan bidang pembebanan, sedangkan salah satu sisinya memiliki nilai kekakuan. Gambar berikut merupakan momen lentur pada bidang yang berbentuk silinder berongga.



Gambar 3.5 Momen lentur pada balok

Momen ini menyebabkan terjadinya tegangan lentur pada balok. Rumus tegangan lentur adalah :

Dimana :

$$I = \frac{\pi}{64} (D_o^4 - D_i^4) \dots \quad (3.7)$$

Atau :

Tegangan maksimum yang terjadi pada permukaan terluar sehingga :

Keterangan :

S_L = Tegangan lentur maksimum pada pipa (N/mm²)

M_b = Momen Lentur (N.mm)

c = Jarak dari sumbu netral ke suatu titik pipa (m)

I = Momen inersia penampang pipa (mm^4)

Z = Modulus penampang pipa (mm^3)

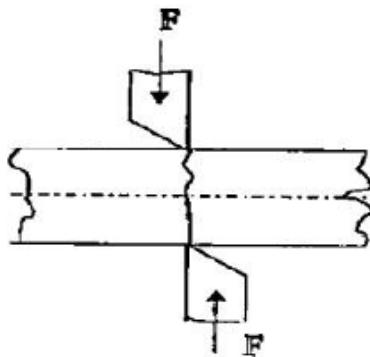
R_o = Jari-jari diameter terluar

3.4 Tegangan Geser

Tegangan geser adalah tegangan yang terjadi ketika gaya bekerja sejajar dengan bidang pembebahan dan dilambangkan dengan tao (τ). Pembebahan yang dapat menyebabkan terjadinya tegangan geser adalah :

1. Gaya geser

Gaya geser ini terdiri dari 2 macam, yaitu gaya geser tunggal dan gaya geser ganda seperti pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6 Gaya geser pada bidang silinder (Sumber : Popov E.P, 1989)

$$\tau = \frac{F}{A} \dots \quad (3.11)$$

Keterangan :

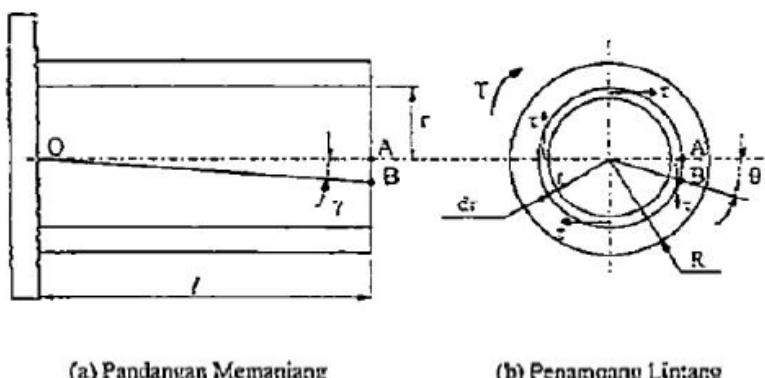
τ = Tegangan geser (N/mm²)

F = Gaya geser (N)

A = Luas bidang penampang pipa (mm^2)

2. Momen Puntir

Momen puntir dapat terjadi ketika benda uji mendapat beban puntiran. Beban merupakan beban yang menyebabkan terjadinya momen kopel yang menghasilkan perputaran terhadap sumbu longitudinalnya.



Gambar 3.7 Momen puntir yang terjadi pada benda silinder (Sumber : Popov, 1989)

Gambar 3.7 (a) menunjukkan bahwa ada pergeseran dari titik A ke titik B sehingga membentuk sudut γ . Gambar 3.7 (b) menunjukkan pergeseran tersebut menyebabkan rotasi pada benda uji sebesar sudut Θ .

3.5 Tegangan Pada Pipa

Macam-macam tegangan yang dapat terjadi pada pipa yaitu :

1. Tegangan Radial

Tegangan ini arahnya sama dengan sumbu radial. Rumus perhitungan tegangan radial pada pipa adalah:

$$S_R = P \frac{1}{(R_o^2 - R_i^2)} \cdot \left(R_i^2 - \frac{R_o^2 - R_i^2}{R^2} \right) \dots \dots \dots \quad (3.12)$$

Dimana

Keterangan :

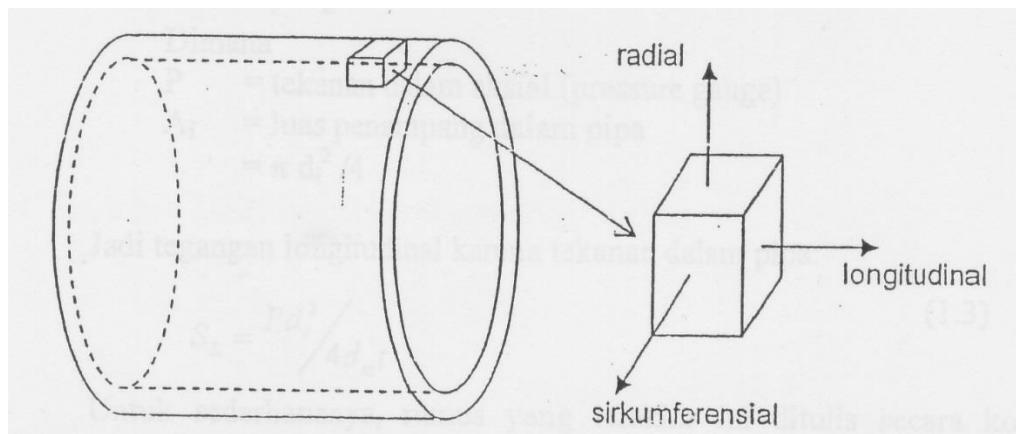
S_R = Tegangan radial (MPa)

P = Tekanan desain (N/mm²)

R_o = Jari-jari diameter luar (mm)

R_i = Jari-jari diameter dalam (mm)

R = Rata-rata dari jari-jari (mm)



Gambar 3.8 Tegangan akibat gaya aksial (Sumber : <https://bit.ly/2OVWd5t>)

2. Tegangan akibat momen bending dan torsi

a. *Torsional Stress*

Torsional Stress adalah tegangan yang diakibatkan oleh beban puntir yang terjadi pada pipa. Beban puntir dapat terjadi dikarenakan adanya gaya kopel yang terjadi pada benda kerja sehingga memungkinkan terjadinya perputaran pada sumbu longitudinalnya (Diana, 2016)

$$\tau_T = \frac{T_c}{J} \dots \quad (3.14)$$

Atau :

$$\tau_T = \frac{M_t}{2Z} \dots \quad (3.15)$$

Dimana :

$$J = \frac{\pi}{32} (D_o^4 - D_i^4) \dots \quad (3.16)$$

Keterangan :

τ_T = Tegangan torsional (N/mm²)

T = Torsi (N.mm)

c = Jarak dari sumbu netral ke permukaan terluar (mm)

J = Momen inersia polar pada pipa (mm^4)

M_t = Momen torsional (N.mm)

Z = Modulus penampang pipa (mm^3)

b. *Bending Stress*

Bending Stress merupakan tegangan yang terjadi diakibatkan adanya momen lentur (*bending*) yang terjadi pada benda kerja.

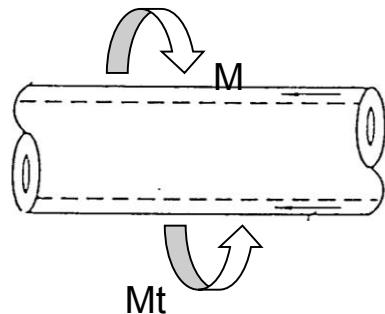
$$S_b = \sqrt{S^2_{by} + S^2_{bz}} = \frac{1}{z} \sqrt{M^2_y + M^2_z} \dots \quad (3.17)$$

Keterangan :

S_b = Tegangan longitudinal akibat momen lentur (KPa)

M_y, M_z = Momen lentur pada penampang pipa (N.mm)

Z = Modulus permukaan pipa (mm^3)

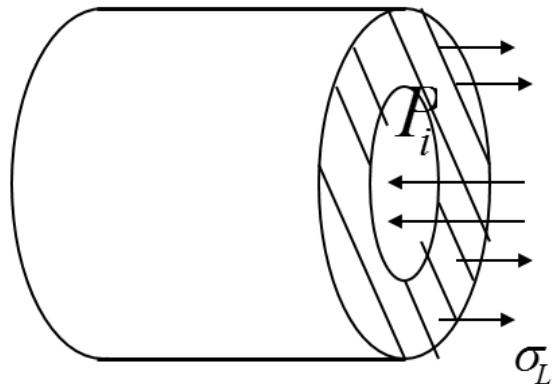


Gambar 3.9 Tegangan akibat momen bending dan torsi

3. Tegangan akibat *Internal Pressure* (Tekanan Dalam)

a. *Longitudinal Stress*

Longitudinal Stress merupakan tegangan yang terjadi pada arah sumbu aksial yang disebabkan oleh *internal pressure* seperti pada Gambar 3.10 di bawah ini.



Gambar 3. 10 Tegangan longitudinal pada pipa (Sumber : <https://bit.ly/2NR6Nu3>)

Keterangan :

σ_L = Tegangan longitudinal (N/mm²)

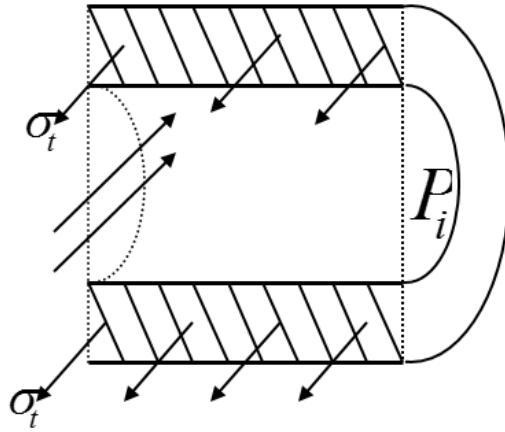
P = Tekanan internal (Mpa)

D_i = Diamater dalam pipa (mm)

t = Tebal dinding pipa

b. *Hoop Stress*

Hoop Stress adalah tegangan yang terjadi pada bidang kerja yang memiliki bentuk melingkar seperti pipa dan lainnya. Gambar 3.11 menunjukkan contoh *hoop stress* pada pipa.



Gambar 3. 11 Tegangan sirkumferensial atau *hoop stress* (Sumber : <https://bit.ly/2NR6Nu3>)

$$\sigma_t = \frac{P.Di}{2.t} \dots \quad (3.19)$$

Keterangan :

σ_t = Tegangan sirkumferensial atau *hoop stress* (N/mm²)

4. Perhitungan *Stress* Akibat Perubahan Temperatur

a. Tegangan muai (*expansion stress*)

Tegangan ini terjadi akibat adanya ekspansi atau pemuaian yang terjadi pada pipa yang terus berulang-ulang menyebabkan kelelahan material (*yielding*) sehingga sistem langsung gagal (*fail*). Solusi untuk mengatasi tegangan ini yaitu menambah atau mengurangi faktor fleksibilitas.

Atau :

Dimana :

Keterangan :

ΔL = Perubahan panjang pipa akibat pemuaian (mm)

ΔT = Perbedaan temperatur atau $T_{operating} - T_{ambient}$ ($^{\circ}\text{C}$)

α = Koefisien muai material (mm/ mm. $^{\circ}$ C)

L = Panjang pipa (mm)

E = Modulus elastistas/ modulus kekakuan (Mpa)

3.6 Kode Standar Desain Perpipaan

Kode atau *code* adalah sekelompok aturan umum atau standar yang sistematis untuk suatu desain, material, fabrikasi, instalasi, pengetesan, dan inspeksi yang telah diakui dan memiliki kekuatan hukum. (Smith. et al, 1987)

Standar atau Standard adalah dokumen umum yang mengandung peraturan desain dan konstruksi yang dipakai banyak orang dibidang teknik untuk mempermudah, sesuai dengan persyaratan individu dari komponen yang telah diatur sedemikian rupa. (Smith. et al, 1987)

Kode dan standar sangat berperan untuk memastikan apakah sistem perpipaan tersebut aman dan tidak membahayakan, sehingga perannya sangatlah penting dalam perancangan sistem perpipaan. Ada beberapa kode dalam bidang sistem perpipaan, yaitu :

1. ASME/ANSI B31.1 : digunakan untuk sistem perpipaan dalam bidang pembangkitan daya.
2. ASME/ANSI B31.3 : digunakan untuk sistem perpipaan dalam bidang proses industri
3. ASME/ANSI B31.4 : digunakan untuk sistem perpipaan dalam bidang transportasi cairang hidrokarbon dan cairan lainnya.
4. ASME/ANSI B31.5 : digunakan untuk sistem perpipaan dalam bidang refrigerasi dan komponen penukar kalor.
5. ASME/ANSI B31.8 : digunakan untuk sistem perpipaan transmisi dan distribusi fluida gas.

3.7 Kategori Tegangan Pada Sistem Perpipaan

Pembatasan tegangan yang terjadi untuk perpipaan disuatu kilang minyak dan industri kimia diatur menurut *code* ANSI B31.3 yaitu :

1. Tegangan akibat beban *SUSTAINED* (SUS)

Tegangan ini disebabkan oleh pembebanan statik, yang terdiri dari berat (W) dan tekanan (P) dimana beban tersebut tidak boleh melebihi S_h . Tegangan ini tidak berubah terhadap waktu. Perumusan batas aman untuk tegangan ini dapat dinyatakan dengan rumus.

Keterangan :

S_L = Tegangan longitudinal (kPa)

A_m = Luas penampang pipa (mm^2)

i_i = in-plane SIF

i_o = out-plane SIF

M_i = Momen lendutan *in-plane* karena *sustained load* (N.m)

M_o = Momen lendutan *out-plane* karena *sustained load* (N.m)

P = Tekanan internal (kPa)

D_o = Diameter luar pipa (m)

S_H = Basic allowable stress pada suhu operasi (kPa)

t = Tebal dinding pipa (mm)

2. Tegangan akibat beban *EXPANSION* (EXP)

Tegangan ini juga disebabkan oleh pembebanan statik berupa beban suhu (T) berupa ekspansi termal dan atau *displacement*. Tegangan ini berpengaruh terhadap waktu. Perumusan batas aman dapat tegangan ini dinyatakan dengan rumus.

Dimana :

$$S_A = f(1,25S_c + 0,25S_h) \dots \quad (3.27)$$

dengan :

S_E = Displacement stress range (kPa)

S_A = Allowable stress (kPa)

S_b = Resultant bending stress (kPa)

i_i = In-plane SIF

i_{θ} = Out-plane SIF

M_i = Inplane bending moment (N.m)

M_o = Outplane bending moment (N.m)

$$S_t = \text{Mt} / 2Z = \text{Torsional stress (kPa)}$$

M_t = Torsional moment (N.m)

Z = Section modulus pipa (m^3)

f = Faktor yang tergantung pada jumlah siklus termal yang dialami pada pipa tersebut.

S_c = Stress yang diijinkan untuk bahan pipa saat pemasangan (kPa)

S_b = Stress yang diijinkan untuk bahan pipa saat beroperasi (kPa)

Tabel 3. 1 Siklus termal pada pipa

Siklus Termal (N)	f
< 7000	1
7000 < N < 14000	0,9
14000 < N < 22000	0,8
22000 < N < 45000	0,7
45000 < N < 100000	0,6
N > 100000	0,5

Dari tabel 3.1 di atas kita bisa menentukan siklus termal (N) = 1 per hari untuk daerah tropis dan perbaris merupakan akumulasi untuk 19 tahun desain sistem perpipaan dan berlaku kelipatan untuk baris selanjutnya:

3. Tegangan akibat beban *OCCASIONAL* (OCC)

Tegangan ini disebabkan oleh beban dinamik berupa beban angin (WIN) dan beban gempa (U) dan atau kombinasi antara beban statik dan dinamik. Beban ini hanya terjadi di waktu tertentu (kadang terjadi). Perumusan batas aman dapat tegangan ini dinyatakan dengan rumus.

Keterangan :

S_L = Tegangan longitudinal akibat beban *sustained* (kPa)

i_{io} = Inplane SIF

i_{90} = Outplane SIF

M_{io} = Inplane bending moment akibat beban occasion (N.m)

M_{ee} = Outplane bending moment akibat beban occasion (N.m)

Z = Section modulus pipa (m^3)

Selain rumus untuk tegangan pada sistem perpipaan menurut ASME B31.3 di atas, tabel di bawah ini merupakan rumus tegangan untuk sistem perpipaan untuk beberapa standar lainnya.

Tabel 3.2 Rumus tegangan untuk beberapa standar lainnya

	B31.1 <i>Power piping</i>
<i>Sustained Stress</i>	$\frac{P D_o}{4 t} + 1000 \frac{(0,75i)M_A}{Z} \leq 1,0 S_h$
<i>Occasional Stress</i>	$\frac{P D_o}{4 t} + 1000 \frac{(0,75i)M_A}{Z} + 1000 \frac{(0,75i)M_B}{Z} \leq kS_h$
<i>Thermal Stress</i>	$S_E = \frac{1000 i M_c}{Z} \leq S_A + f(S_h - S_L)$
	B31.8 <i>Gas transmission and distribution piping</i>
<i>Sustained Stress</i>	$S_L \leq 0,75 F T$
<i>Occasional Stress</i>	—
<i>Thermal Stress</i>	$S_E = \sqrt{S_b^2 + 4S_t^2} \leq 0,72 S$

Keterangan :

S = *Allowabel stress material*

F = *Construction factor*

T = *Temperature derating factor*

Nilai F dan T pada ASME B31.8 dapat diketahui melalui tabel 3.3 dan tabel 3.4 di bawah ini.

Tabel 3.3 *Construction Factor*

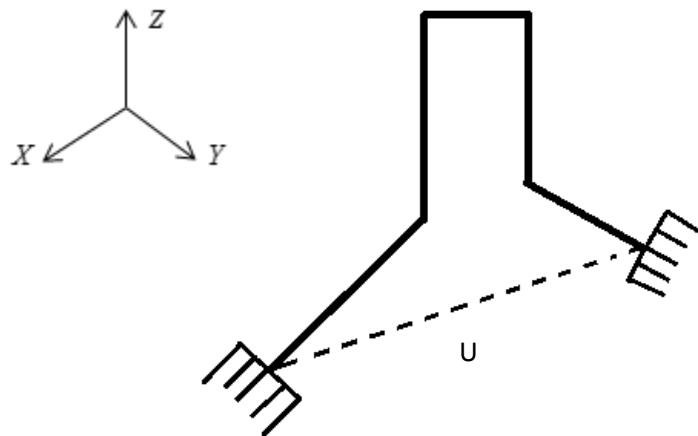
Construction Type	Design Factor (F)
Populasi manusia yang jarang : Gunung, gurun, dll	0,72
<i>Fringe area</i> : Pinggiran kota, pedesaan, dll	0,60
Dalam kota dengan bangunan < 3 lantai	0,50
Dalam kota dengan bangunan tinggi	0,40

Tabel 3.4 *Temperature Derating Factor*

Temperatur	T
<250°F	1,00
300°F	0,967
350°F	0,933
400°F	0,900
450°F	0,867

3.8 Fleksibilitas

Fleksibilitas merupakan kemampuan suatu sistem perpipaan dalam menahan beban ekspansi. Analisis fleksibilitas dalam bertujuan untuk memeriksa apakah sistem perpipaan tersebut mampu menahan tegangan yang ditimbulkan akibat perpanjangan dan perpendekan pipa akibat dari beban ekspansi. Suatu sistem perpipaan dapat dikatakan fleksibel jika $h_{test} < h_{min}$. Menurut ASME B31.3 suatu sistem perpipaan dapat dikatakan fleksibel jika :



Gambar 3.12 Contoh fleksibilitas

Keterangan :

U = Jarak anchor (garis lurus antar anchor) (ft)

L = Panjang total pipa – pipa yang ada pada jalur pipa tersebut (ft)

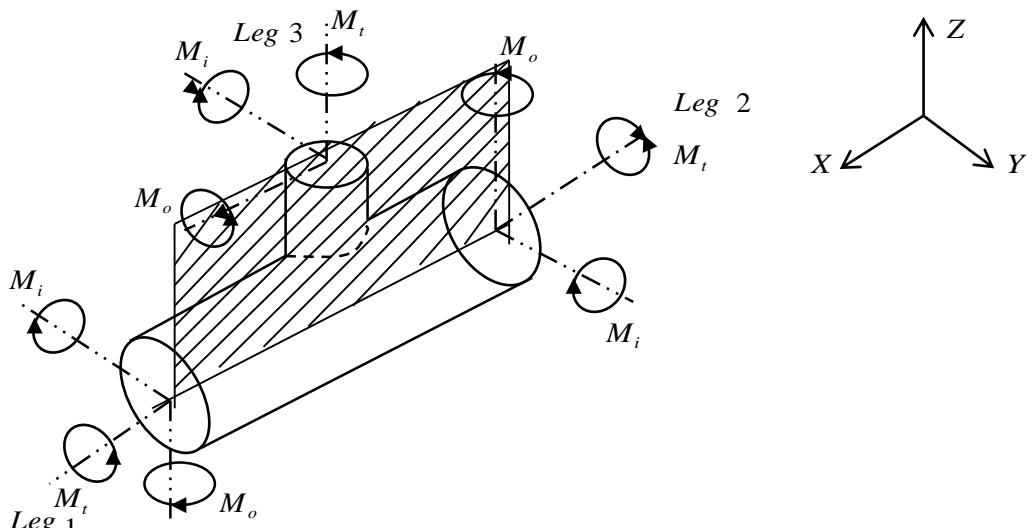
Sa = Tegangan (Stress Range) ijin (Psi)

Ea = Modulus elastisitas pada kondisi dingin (awal)

3.9 Stress Intensification Factor (SIF)

Stress intensification factor merupakan faktor keamanan yang digunakan untuk memperhitungkan pengaruh tegangan terkonsentrasi akibat diskontinuitas bidang / permukaan yang diberi pembebanan. SIF ini diterapkan pada komponen-komponen pipa / tempat-tempat dimana terdapat konsentrasi tegangan dan kemungkinan kegagalan karena *fatigue* (lelah) terjadi seperti pada *fitting*, sambungan las, dan lain sebagainya. Contoh SIF pada *tee* seperti pada Gambar 3.13 di bawah ini. SIF dapat dirumuskan menjadi

$$i = SIF = \frac{\text{Max stress intensity}}{\text{Nominal stress}} \dots \quad (3.30)$$



Gambar 3.13 Stress intensification factor (Sumber : <https://bit.ly/2KWXuLc>)

3.10 Defleksi (*displacement*)

Defleksi merupakan perubahan bentuk pada suatu benda / bidang yang disebabkan oleh pembebanan yang diberikan pada benda / bidang tersebut. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi suatu nilai defleksi

1. Kekakuan bahan

Kekakuan merupakan kemampuan suatu benda menahan beban tanpa mengalami perubahan bentuk / deformasi. Semakin besar nilai kekakuan suatu bahan, semakin kecil juga defleksi yang dapat terjadi.

2. Nilai pembebahan

Nilai pembebahan berbanding lurus dengan defleksi. Semakin besar pembebahan yang diberikan pada suatu benda semakin besar juga defleksi yang dihasilkan, begitupun sebaliknya.

3. Jenis tumpuan

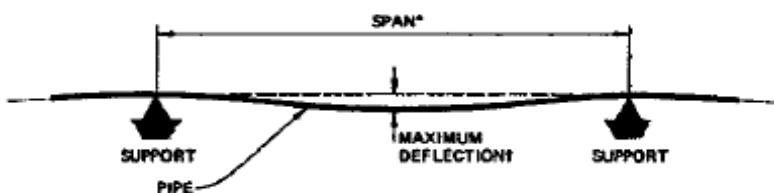
Tumpuan berpengaruh karena jumlah reaksi dan arah berbeda-beda tiap jenisnya, sehingga defleksi yang ditimbulkan juga berbeda.

4. Jenis pembebahan

Beban terdistribusi merata dengan beban titik,keduanya memiliki kurva defleksi yang berbeda-beda. Pada beban terdistribusi merata slope yang terjadi pada bagian batang yang paling dekat lebih besar dari slope titik. Ini karena sepanjang batang mengalami beban sedangkan pada beban titik hanya terjadi pada beban titik tertentu saja (Hariandja, 1996)

3.10.1 Defleksi pada sistem perpipaan

Untuk menghindari kegagalan pada sistem perpipaan, ketentuan span atau bentang antar 2 tumpuan / *support* pada pipa sudah dibuat. Menurut *piping guide* dalam Tabel S-1, jarak maksimal *pipe span* (bentang antar *support*) dapat dikategorikan berdasarkan bahan pipa dan standar ketebalan dinding pipa.



Gambar 3.14 *Pipe span* (Sumber : Sherwood D.S., 1973)

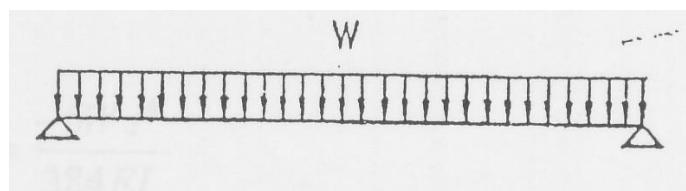
Gambar di atas menunjukkan defleksi yang terjadi pada pipa lurus, salah satu contoh menentukan *pipe span* pada pipa dengan no. *Schedule 40* dapat dilakukan dengan melihat Tabel di bawah ini.

Tabel 3. 5 Tabel S-1 defleksi ijin pada *steel pipe schedule 40* (Sumber : Sherwood D.S., 1973)

NOMINAL PIPE SIZE	PIPE SPAN*		WEIGHT OF WATER-FILLED PIPE SPAN (Lb)	MAXIMUM DEFLECTION† (In.)
	Ft.	In.		
1.0-INCH	16	1.07	33	0.244
1.5-INCH	19	0.49	69	0.237
2.0-INCH	20	11.53	107	0.230
2.5-INCH	23	3.20	183	0.234
3.0-INCH	25	3.65	273	0.227
4.0-INCH	28	1.01	458	0.218
6.0-INCH	32	10.37	1,035	0.202
8.0-INCH	36	7.40	1,836	0.193
10.0-INCH	40	0.55	2,987	0.185
12.0-INCH	42	11.48	4,386	0.180
14.0-INCH	44	11.52	5,463	0.179
16.0-INCH	47	10.83	7,640	0.178
18.0-INCH	50	10.65	10,289	0.179
20.0-INCH	52	11.02	12,880	0.174
24.0-INCH	57	5.84	19,844	0.171

3.10.2 Tegangan dan Defleksi Karena Beban Bobot Mati

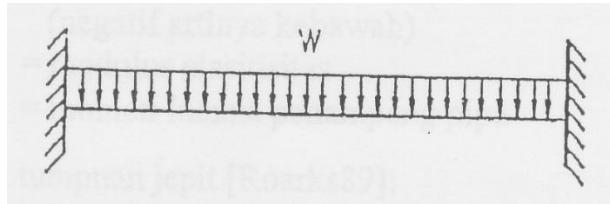
Metode kalkulasi dengan model yang paling sederhana, dimana bobot mati dari pipa diasumsikan terdistribusi merata per satuan panjang pipa, dan pipa dianggap ditumpu oleh support secara kontinyu pada jarak (*pipe support span*) yang sama (Tito, 2015). Terdapat 2 jenis tumpuan yang dapat dikalkulasikan yaitu tumpuan sederhana (*pinned support / simply supported*) di mana rotasi bebas sepenuhnya seperti pada Gambar 3.15 di bawah ini.



Gambar 3.15 Tumpuan sederhana

Dan tumpuan jepit (*fixed / clamped support*) seperti Gambar 3.16 di mana rotasi sepenuhnya ditahan. Permasalahan yang ada adalah bagaimana kita

menentukan model tumpuan yang dipilih dalam perhitungan. Oleh sebab itu kedua model tersebut tetap diperhitungkan kedua model tersebut.



Gambar 3.16 Tumpuan jepit

Untuk mencari defleksi maksimum yang terjadi pada sistem perpipaan selain menggunakan Tabel S-1 bisa juga menggunakan teori tegangan dan defleksi pada beban bobot mati. Ada beberapa tahapan untuk mengetahui nilai defleksi maksimum yang terjadi. Diperlukan mencari momen maksimum yang terjadi di tengah span untuk kedua model tersebut. Untuk tumpuan sederhana nilainya adalah:

Untuk tumpuan jepit nilainya adalah :

Keterangan :

M_{max} = Momen lentur maksimum (N.m)

W = Beban berat pipa, fluida, dll dalam satuan berat (kg/m)

L = Panjang batang (*pipe span*) (m)

Dari kedua model tersebut dapat ditentukan nilai tengahnya karena kenyataannya nilainya akan berada di antara kedua nilai tersebut. Oleh sebab itu kedua rumus tersebut dapat disederhanakan menjadi :

Tegangan yang terjadi dikarenakan momen lentur menurut teori elastisitas adalah :

Keterangan :

S = Tegangan yang terjadi dikarenakan momen lentur (N/m^2)

Z = Momen tahanan (*section modulus*) (m³)

Dari persamaan 3.26 dan 3.27 jika nilai tegangan yang ditentukan tidak boleh melebihi tegangan ijin S_A , maka jarak maksimum antar tumpuan yang dibolehkan adalah :

Dari beberapa persamaan di atas, dapat ditentukan nilai defleksi maksimum yang terjadi akibat beban berat pipa. Untuk model tumpuan sederhana adalah :

Untuk tumpuan jepit adalah :

Keterangan :

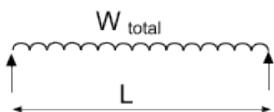
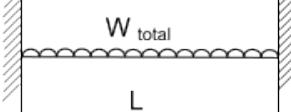
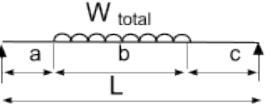
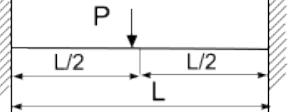
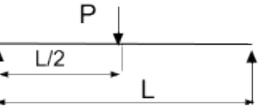
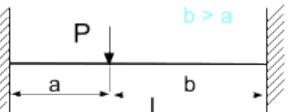
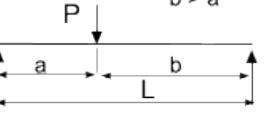
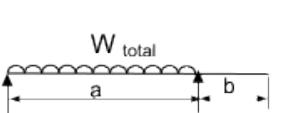
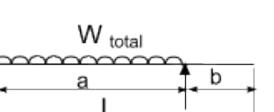
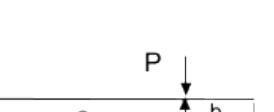
y_{Max} = Defleksi maksimum arah sumbu y (vertikal) (m)

E = Modulus elastisitas (Pa)

I = Momen inersia penampang pipa (m^4)

Selain perhitungan defleksi dengan tumpuan sederhana dan jepit dengan beban distribusi diatas, Gambar berikut merupakan rumus perhitungan defleksi dengan jenis tumpuan dan tipe pembebatan yang berbeda.

Tabel 3.6 Rumus defleksi berdasarkan jenis tumpuan dan pembebanan yang berbeda (Sumber : <http://www.hotelsrate.org/simply-supported-beam-equations/>)

Loading	Deflection max	Loading	Deflection max
	$\frac{5WL^4}{384EI}$		$\frac{WL^4}{384EI}$
	$\frac{WL^3}{384EI} \alpha_1$		$\frac{PL^3}{192EI}$
	$\frac{PL^3}{48EI}$		$2Pa^2b^3 \frac{3EI\beta}{}$
	$\frac{PL^3}{48EI} \alpha_2$ approx.		$\frac{Wa^2b}{24EI}$
	$\frac{Wa^3}{8EI} \alpha_3$		$\frac{Wb^4 + Wab^3}{8EI} \frac{6EI}{}$
	$\frac{Pa^3}{3EI} \alpha_4$		$\frac{Wb^3 + Wab^2}{3EI} \frac{3EI}{}$

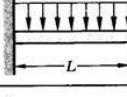
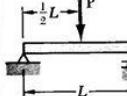
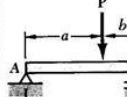
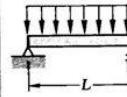
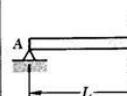
$$\alpha_1 = (L^3 + 2L^2a + 4La^2 - 8a^3) \quad \alpha_2 = \frac{3a}{L} - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3 \quad \alpha_3 = \frac{4b}{3a} + 1 \quad \alpha_4 = \frac{3b}{2a} + 1$$

$$\beta = (3L - 2a)^2$$

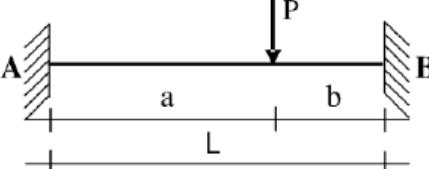
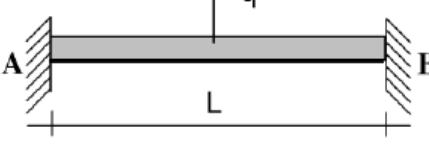
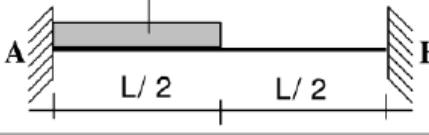
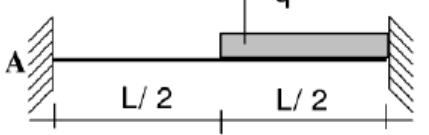
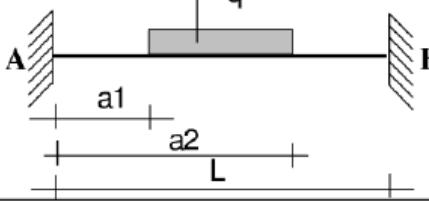
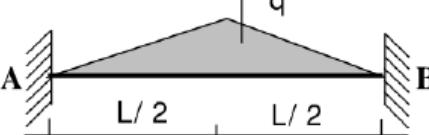
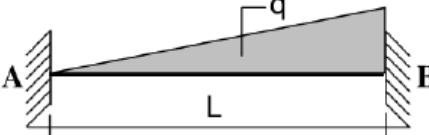
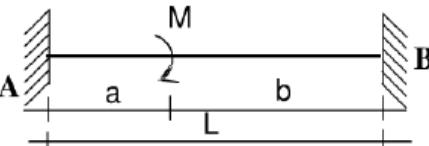
Tabel 3.7 Rumus defleksi berdasarkan jenis tumpuan dan pembebanan yang berbeda lanjutan (Sumber : Popov, E.P., 1989)

598

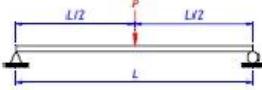
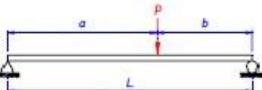
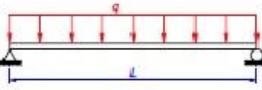
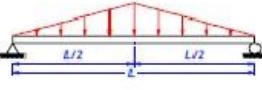
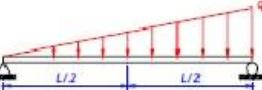
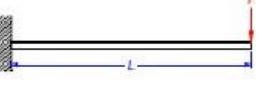
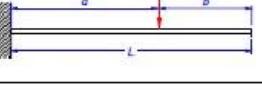
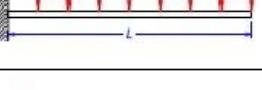
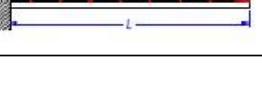
Appendix D. Beam Deflections and Slopes

Beam and Loading	Elastic Curve	Maximum Deflection	Slope at End	Equation of Elastic Curve
1		$y = -\frac{PL^3}{3EI}$	$\theta_A = -\frac{PL^2}{2EI}$	$y = \frac{P}{6EI} (x^3 - 3Lx^2)$
2		$y = -\frac{wL^4}{8EI}$	$\theta_A = -\frac{wL^3}{6EI}$	$y = -\frac{w}{24EI} (x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2)$
3		$y = -\frac{ML^2}{2EI}$	$\theta_A = -\frac{ML}{EI}$	$y = -\frac{M}{2EI} x^2$
4		$y = -\frac{PL^3}{48EI}$	$\theta_A = \pm \frac{PL^2}{16EI}$	For $x \leq \frac{1}{2}L$: $y = \frac{P}{48EI} (4x^3 - 3L^2x)$
5		For $a > b$: $y = -\frac{Pb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EI L}$ at $x_m = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$	$\theta_A = -\frac{Pb(L^2 - b^2)}{6EI L}$ $\theta_B = +\frac{Pa(L^2 - a^2)}{6EI L}$	For $x < a$: $y = \frac{Pb}{6EI L} [x^3 - (L^2 - b^2)x]$ For $x = a$: $y = -\frac{Pa^2b^2}{3EI L}$
6		$y = -\frac{5wL^4}{384EI}$	$\theta_A = \pm \frac{wL^3}{24EI}$	$y = -\frac{w}{24EI} (x^4 - 2Lx^3 + L^2x)$
7		$y = \frac{ML^2}{9\sqrt{3}EI}$	$\theta_A = +\frac{ML}{6EI}$ $\theta_B = -\frac{ML}{3EI}$	$y = -\frac{M}{6EI} (x^3 - L^2x)$

Tabel 3.8 Perhitungan momen pada tumpuan jepit-jepit (Sumber :
<https://dokumen.tips/documents/tabel-momen-primer-56b0083842c20.html>)

Pembebanan	Momen Primer
	$M_{AB} = P \cdot a \cdot b^2 / L^2$ $M_{BA} = -P \cdot a^2 \cdot b / L^2$
	$M_{AB} = 1/12 q L^2$ $M_{BA} = -1/12 q L^2$
	$M_{AB} = 11q L^2 / 192$ $M_{BA} = -5q L^2 / 192$
	$M_{AB} = 5q L^2 / 192$ $M_{BA} = -11q L^2 / 192$
	$M_{AB} = q / L^2 \left \left(\frac{1}{3} L^3 \cdot x^2 - \frac{1}{4} x^4 \right) \right _{a_1}^{a_2}$ $M_{BA} = -q / L^2 \left \left(\frac{1}{3} L^3 \cdot x^2 - \frac{1}{4} x^4 \right) \right _{a_1}^{a_2}$
	$M_{AB} = 5q L^2 / 96$ $M_{BA} = -5q L^2 / 96$
	$M_{AB} = q L^2 / 30$ $M_{BA} = -q L^2 / 20$
	$M_{AB} = -M \cdot (b / L) \cdot (2a / L - b / L)$ $M_{BA} = -M \cdot (a / L) \cdot (2b / L - a / L)$

Tabel 3.9 Perhitungan momen maksimum pada jenis dan tumpuan yang berbeda
 (Sumber : <https://dokumen.tips/documents/tabel-momen-maksimum-56dd4c1f7ff3b.html>)

Struktur & Pembebanan	Momen Maksimum	Defleksi Maksimum	Lokasi Maksimum
	$\frac{1}{4}PL$	$\frac{PL^3}{48EI}$	$\frac{1}{2}L$
	$\frac{Pab}{L}$	$a \geq b \rightarrow \frac{Pb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}LEI}$	$a \geq b \rightarrow \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$
	Pa	$\frac{Pa}{24EI}(3L^2 - 4a^2)$	$\frac{1}{2}L$
	$\frac{1}{8}qL^2$	$\frac{5qL^4}{384EI}$	$\frac{1}{2}L$
	$\frac{1}{12}qL^2$	$\frac{qL^4}{120EI}$	$\frac{1}{2}L$
Struktur & Pembebanan	Momen Maksimum	Defleksi Maksimum	Lokasi Maksimum
	$\frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$	$\frac{5qL^4}{768EI}$	$0,5193L$
	PL	$\frac{PL^3}{3EI}$	L
	Pa	$\frac{Pa^2}{6EI}(3L - a)$	L
	$\frac{1}{2}qL^2$	$\frac{qL^4}{8EI}$	L
	$\frac{1}{6}qL^2$	$\frac{qL^4}{30EI}$	L