

BAB II

TINJUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

2.1 Tinjauan Pustaka

Penelitian tentang kavitasi dalam mendeteksi performa dan kerusakan pompa dengan menggunakan metode sinyal getaran telah banyak dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya. Berikut tinjauan pustaka dari beberapa hasil penelitian yang sudah dilakukan:

Al-Hashmi (2009) meneliti analisis statistik menggunakan domain waktu untuk mendeteksi kavitasi yang lebih optimal. Dalam penelitiannya ada beberapa metode analisis parameter statistik yang digunakan, yaitu *Probability Density Function (PDF)*, *Root Mean Square (RMS)* dan *Standard Deviation (SD)*. Indikasi kavitasi terhadap perubahan nilai parameter statistik ditandai dengan kenaikan nilai yang signifikan pada grafik *RMS* dan *SD*, sedangkan penurunan puncak pada *PDF*.

Al Thobiani dkk (2010) meneliti suatu metode pengukuran kavitasi pada pompa sentrifugal menggunakan teknik *vibro-acoustic*. Teknik *vibro-acoustic* di konvensi dengan parameter statistik seperti faktor *peak* dan *kurtosis* dari domain waktu dan domain frekuensi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa faktor *peak* dan *kurtosis* tidak efisien untuk menunjukkan kavitasi.

Penelitian lain yang menggunakan metode domain waktu dilakukan oleh Luo dkk (2015) dengan meneliti karakteristik statistika getaran pada pompa sentrifugal. Pompa sentrifugal yang bekerja dalam keadaan aliran tidak stabil dapat mengubah karakteristik dinamik pada pompa. Perubahan tersebut akan terlihat pada data statistik dari getaran. Parameter statistik yang digunakan adalah *peak value*, *Root Mean Square (RMS)*, *standard deviation*, *crest factor*, *variance*, *kurtosis* dan *Probability Density Function (PDF)*. Nilai *peak value* memiliki sensitifitas yang lebih baik dibanding nilai *RMS* pada indikator aliran tidak stabil. Namun nilai *RMS* memiliki kemampuan untuk memprediksi kavitasi serta kemampuan anti-jamming yang kuat. Pada nilai *crest factor* menghasilkan grafik ketidakstabilan data serta kurva yang dihasilkan sesuai dengan kondisi operasi mesin, seperti ketidakstabilan aliran, kavitasi awal dan titik efisiensi maksimum yang dapat dihasilkan pompa.

PDF dan *kurtosis* juga dapat digunakan sebagai indikator yang efektif dalam mendeteksi kavitas serta hubungannya dengan operasi mesin.

Pratama (2017) menggunakan parameter statistik *RMS*, *standard deviation*, *variance*, *kurtosis*, *mean* dan *skewness*. Hasilnya menunjukkan parameter statistik *RMS*, *standard deviation* dan *variance* terbukti mampu mendeteksi terjadinya kavitas. Namun *mean* dan *skewness* tidak dapat digunakan untuk menganalisa kavitas. Sedangkan *kurtosis* hanya dapat mendeteksi kavitas tingkat tinggi.

Ramadhan (2017) mendeteksi kavitas pada pompa sentrifugal menggunakan parameter statistik domain waktu, yaitu *PDF*, *variance*, *standard deviation*, *RMS*, *peak value*, *crest factor* dan *kurtosis*. Parameter statistik domain waktu seperti *PDF*, *variance*, *standard deviation* dan *RMS* terbukti mampu mendeteksi kavitas terhadap perubahan variasi kecepatan operasi kerja pompa. Sedangkan untuk parameter *peak value*, *crest factor*, dan *kurtosis* tidak terbukti mampu dalam mendeteksi kavitas khususnya pada pengaruh variasi kecepatan operasi kerja.

Kemudian penelitian yang dilakukan dalam membuktikan tingkat keakuratan hasil deteksi kavitas pada pompa sentrifugal menggunakan *PCA* diantaranya oleh Sakthivel dkk (2010) yang menyelidiki keakuratan analisis *PCA* berdasarkan *logika tree-fuzzy*. Beberapa kondisi kerusakan yang diteliti adalah *impeller*, kerusakan *bearing*, kavitas, kerusakan *seal*, kerusakan *bearing* dan *impeller*. Penelitian ini menggunakan beberapa parameter statistik yaitu *mean*, *median*, *standard error*, *variance*, *standard deviation*, *skewness*, *kurtosis*, *range*, *sum*, *minimum*, and *maximum*. Fitur statistik tersebut kemudian digunakan sebagai input untuk seleksi data dengan kombinasi *C4.5 decision tree algorithm*, *rough set* dan *PCA*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa keakuratan kombinasi metode *decision tree-fuzzy* adalah 99,3%, *rough set-fuzzy* adalah 97.50% dan *PCA-fuzzy* adalah 96,67%. Meskipun keakuratan metode *PCA-fuzzy* yang paling kecil, namun memberikan keuntungan menggunakan sejumlah kecil fitur yang tidak berkorelasi.

Kamiel (2015) menemukan teknik baru untuk diagnosis kerusakan pompa sentrifugal. Metode ini berdasarkan pada kombinasi *transformasi wavelet*, 6 parameter statistik, (yaitu *energy level*, *standard deviation*, *RMS*, *kurtosis*, *variance*

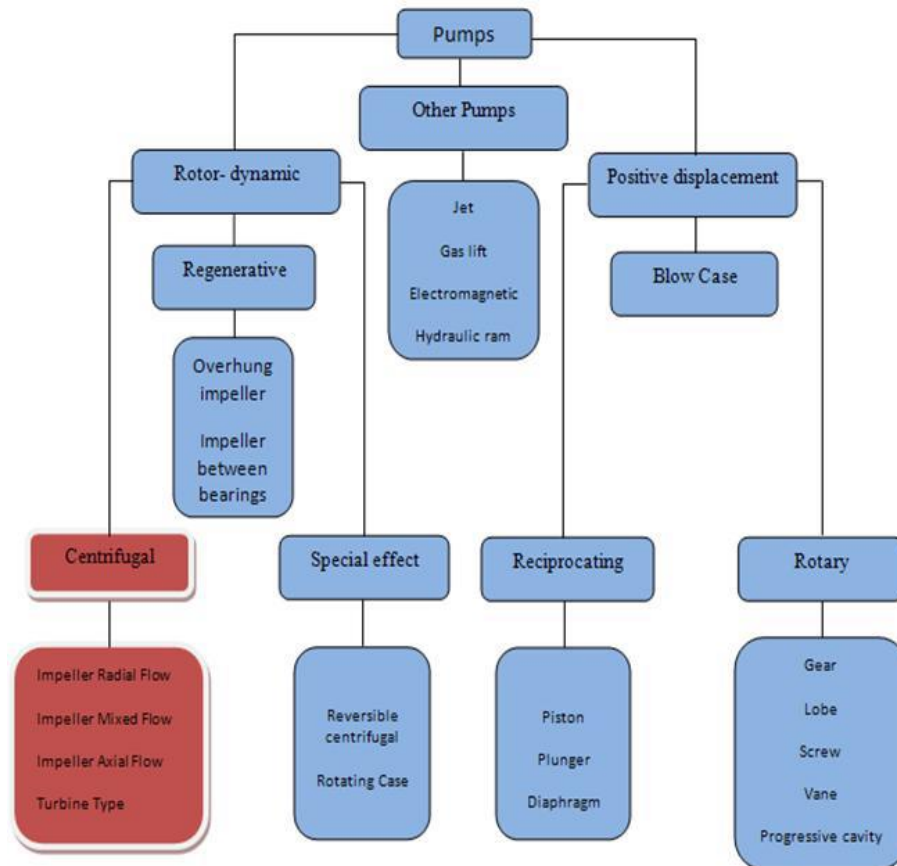
dan *crest factor*), dan *PCA*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode berbasis *wavelet-PCA* yang diusulkan dapat digunakan untuk diagnosis multi-kesalahan untuk pompa sentrifugal dengan kinerja tinggi dimana tingkat kesalahan deteksi terendah adalah 0,3% dan akurasi identifikasi tertinggi adalah 99,2% dan klasifikasi kerusakan terlihat jelas.

Berdasarkan tinjauan penelitian diatas, untuk diagnosis kerusakan pada pompa sentrifugal, *PCA* berhasil digunakan untuk mendeteksi kavitasi dengan memilih berbagai variasi parameter statistik yang tepat. Parameter statistik seperti *PDF*, *variance*, *standard deviation*, *RMS*, *peak value*, *crest factor* dan *kurtosis* terbukti mampu mendeteksi kavitasi pada pompa, namun beberapa penelitian menyebutkan *peak value*, *crest factor* dan *kurtosis* tidak efisien untuk menunjukkan kavitasi.

2.2 Dasar Teori

2.2.1 Pompa Sentrifugal

Penggunaan pompa sangat penting disebagian pabrik industri, seperti di pembangkit tenaga listrik, minyak, gas, pengolahan air, pertanian dll. Berbagai jenis pompa tersedia di pasar untuk digunakan di banyak bidang aplikasi. Dapat dilihat pada Gambar 2.1 menunjukkan klasifikasi pada pompa. Penggunaan pompa sentrifugal di pasar pompa sudah mencapai 64% (Thobiani dkk, 2011). Tinggi permintaan pompa sentrifugal disebabkan oleh efesiensi yang tinggi, desain sederhana, laju air kontinu, kapasitas yang besar dan biaya instalasi yang relatif murah serta perawatan yang terbilang sederhana (Girdhar, 2005). Namun pompa sentrifugal bisa rusak selama operasi karena masalah dari kegagalan hidrolik, salah satunya adalah kavitasi.



Gambar 2.1 Klasifikasi pompa (Thobiani dkk, 2011)

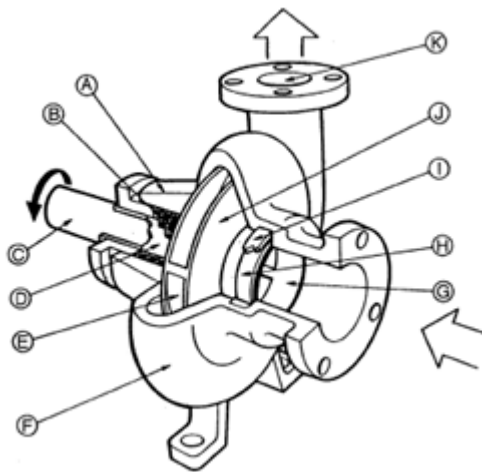
Pompa sentrifugal adalah salah satu pompa yang memanfaatkan energi kecepatan yang diubah menjadi energi tekanan dengan menggunakan impeler sehingga dapat menggerakkan fluida cair dari lokasi sumber menuju lokasi target. Dapat dilihat pada Gambar 2.2 menunjukkan jenis pompa sentrifugal pada umumnya. *Volute stationer* (atau *diffuser*) mengkonversi energi cairan kinetik menjadi tekanan fluida. Pompa *inlet* (atau *nozzle* hisap) mengalirkan cairan ke dalam mata *impeller* pompa karena area tersebut bertekanan rendah. Area tersebut dibuat bertekanan rendah karena rotasi *impeller* mendorong cairan di antara baling-baling sehingga keluar ke dalam *volute* atau *diffuser*. Gerakan menciptakan ruang hampa pada mata *impeler* yang terus menerus menarik cairan ke dalam pompa.



Gambar 2.2 Pompa Sentrifugal (Syafutra, 2017)

2.2.2 Komponen Pompa Sentrifugal

Pompa sentrifugal tersusun atas beberapa komponen yang masing-masing memiliki perananan penting dalam pengoperasiannya. Komponen-komponen tersebut seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Komponen pompa sentrifugal (Syafutra, 2017)

a. *Stuffing Box*

Berfungsi mencegah terjadinya kebocoran antara *shaft* dengan *casing* pompa.

b. *Packing*

Digunakan untuk mencegah kebocoran fluida dari *casing* melalui *shaft*.

c. *Shaft*

Berfungsi meneruskan puntiran dari penggerak pompa selama beroperasi.

d. *Shaft sleeve*

Berfungsi melindungi *shaft* dari erosi, korosi dan keausan pada *stuffing box*.

e. *Vane*

Tempat berlalunya cairan pada *impeller* (sudu pada *impeller*).

f. *Casing*

Bagian paling luar dari pompa yang berfungsi sebagai pelindung elemen yang berputar, tempat kedudukan difuser (*guide vane*), *inlet* dan *outlet* nozel serta tempat memberikan arah aliran dari *impeller* dan mengkonversikan energi kecepatan cairan menjadi energi dinamis.

g. *Eye of Impeller*

Bagian sisi masuk pada arah isap *impeller*.

h. *Impeller*

Impeller berfungsi untuk mengubah energi mekanis dari pompa menjadi energi kecepatan pada fluida yang dipompakan secara kontinyu, sehingga fluida pada sisi *suction* secara terus menerus akan masuk mengisi kekosongan akibat perpindahan dari fluida yang masuk sebelumnya.

i. *Casing Wearing Ring*

Bagian yang mencegah kebocoran fluida yang keluar dari *impeller* dengan memberikan sekat yang memperkecil celah antara *impeller* dengan *casing*.

j. *Bearing*

Berfungsi sebagai tumpuan yang menahan beban radial dan aksial dari *shaft* agar dapat berputar dengan lancar.

k. *Discharge Nozzle*

Saluran fluida keluar dari pompa dan berfungsi juga untuk meningkatkan energi tekanan keluar pompa.

2.2.3 Klasifikasi Pompa Sentrifugal

Pompa sentrifugal dibedakan berdasarkan beberapa kriteria, antara lain (Sitorus, 2010) :

a. Kapasitas :

1. Kapasitas rendah : $< 20 \text{ m}^3 / \text{jam}$
2. Kapasitas menengah : $20-60 \text{ m}^3 / \text{jam}$
3. Kapasitas tinggi : $> 60 \text{ m}^3 / \text{jam}$

b. Tekanan *Discharge* :

1. Tekanan rendah : $< 5 \text{ Kg} / \text{cm}^2$
2. Tekanan menengah : $5 - 50 \text{ Kg} / \text{cm}^2$
3. Tekanan tinggi : $> 50 \text{ Kg} / \text{cm}^2$

c. Jumlah / Susunan *Impeler* :

1. *Single stage*
2. *Multi stage*
3. *Multi impeller*
4. *Multi impeller - Multi stage*

d. Posisi Poros :

1. Poros tegak
2. Poros mendatar

e. Jumlah *Suction* :

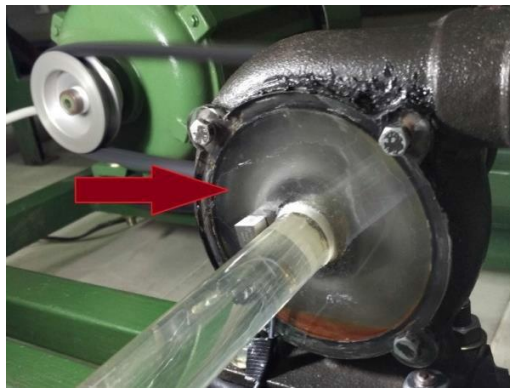
1. *Single suction*
2. *Double suction*

f. Arah aliran keluar impeler :

1. *Radial flow*
2. *Axial flow*
3. *Mixed flow*

2.2.4 Kavitas

Kavitas dianggap sebagai masalah yang paling umum terjadi pada sisi hisap pompa sentrifugal. Kavitas muncul saat tekanan di dalam pompa turun di bawah tekanan uap. Selama kavitas, gelembung uap muncul di fluida, lalu bergerak dimana tekanan cairan lebih rendah dari pada tekanan uap. Pembentukan gelembung uap memiliki dua efek berbahaya (Kamiel, 2015). Pertama, bisa untuk memblokir sistem perpipaan, sehingga terjadi penurunan yang signifikan kinerja hidrolis. Kedua, meletusnya gelembung uap saat mereka bergerak di daerah tekanan yang lebih tinggi, sehingga dapat menghasilkan kebisingan dan erosi pada permukaan saluran air. Dapat dilihat pada Gambar 2.4 fenomena kavitas pada pompa sentrifugal.



Gambar 2. 4 Fenomena kavitas pada pompa sentrifugal (Syafutra, 2017)

2.2.5 Jenis-Jenis Kavitas

Kavitas merupakan peristiwa yang dapat merusak kinerja pada pompa. Berikut ini beberapa jenis kavitas, diantaranya yaitu (Thobiani dkk, 2011):

a. *Incipient* Kavitas

Kavitas yang terjadi pada tahap awal. Kavitas ini pada umumnya terjadi pada turbulensi awal pada impeler yang menyebabkan tekanan lokal berada dibawah tekanan uap fluida pada pompa.

b. *Travelling* Kavitas

Kavitas ini terjadi dimana gelembung satu persatu bergerak bersamaan pada fluida dan kemudian menghilang. Biasanya terjadi ketika batas titik terendah pada aliran turbulensi.

c. *Vortex* Kavitasi

Kavitasi ini terjadi pada inti pusaran turbulensi yang dimana daerah tingkatan gesernya tinggi.

2.2.6 Penyebab Terjadinya Kavitasi

Permasalahan yang sering terjadi pada pompa sentrifugal adalah kavitasi. Berikut beberapa penyebab kavitasi pada pompa sentrifugal, diantaranya (Bachus & Custodio, 2003):

1. *Vaporation*

Terjadi pada sisi hisap pompa dimana fluida rendah pada mata impeller maka air akan menguap. Penguapan maupun masuknya udara ke dalam sistem menyebabkan gelembung udara pecah ketika melewati mata *impeller* sampai pada sisi dengan tekanan yang lebih tinggi.

2. Masuknya Udara Luar ke Dalam Sistem (*Air Ingestion*)

Udara dapat masuk ke dalam sistem melalui beberapa sebab, yaitu:

- a. Letak *valve* di atas garis permukaan air (*water line*).
- b. Sambungan pipa yang bocor.
- c. Terlalu dekatnya '*bypass line*' dengan sisi isap, yang mengakibatkan menambahnya suhu udara pada sisi isap.
- d. Zat cair pada sisi isap berkurang, hal ini dapat terjadi jika level cairan terlalu rendah.

3. *Turbulance*

Korosi pada sistem perpipaan dapat merubah kecepatan fluida dan tekanannya juga berubah. Untuk menghambat korosi, perlu dilakukan perancangan sistem perpipaan yang memenuhi kondisi jarak minimum antara *suction* pompa dengan *elbow* yang pertama minimal sepuluh kali diameter pipa.

4. *Vane Passing Syndrome*

Kerusakan akibat kavitasi jenis ini terjadi karena diameter luar impeler terlalu dekat dengan *cutwater* pompa. Kecepatan aliran fluida bertambah ketika alirannya melalui lintasan sempit tersebut, tekanan berkurang dan menyebabkan penguapan lokal. Gelembung udara yang terbentuk kemudian pecah pada tempat

yang memiliki tekanan yang lebih tinggi, sedikit diluar alur *cutwater*. Hal inilah yang menyebabkan kerusakan pada *volute* (rumah keong) pompa.

2.2.7 Pencegahan Kavitasasi

Cara pencegahan kavitasasi yang paling tepat adalah dengan memasang instalasi pompa dengan NPSHA yang tersedia, lebih besar dari pada NPSHR yang diperlukan (Sularso, 1983). Dibawah ini akan diuraikan 2 macam *NPSH*, yaitu *NPSHA* dan *NPSHR*.

1. *Net Positive Suction Head Available (NPSHA)*

NPSHA merupakan head yang dimiliki fluida pada sisi isap pompa (ekivalen dengan tekanan mutlak pada sisi isap pompa) dikurangi dengan tekanan uap jenuh fluida di tempat tersebut. Perhitungan *NPSHA* dilakukan berdasarkan instalasi dan posisi/letak pompa (Sularso, 1983).

$$NPSHA = \left(\frac{P_a - P_v}{\gamma \times g} \right) \pm h_s - h_{LS} \dots\dots\dots (2.1)$$

Dimana : P_a = tekanan atmosfer

P_v = tekanan uap jenuh

h_s = head isap statis

h_{LS} = head loss

γ = berat jenis fluida

g = percepatan gravitasi

2. *Net Positive Suction Head Required (NPSHR)*

NPSHR adalah head minimal yang diperlukan untuk mencegah kavitasasi pada laju aliran fluida yang diberikan. Besarnya harga *NPSHR* biasanya ditentukan dari pabrik pembuat pompa melalui beberapa pengujian (Sularso, 1983).

Besarnya *NPSHR* berbeda untuk setiap pompa. Untuk suatu pompa tertentu, *NPSH* yang diperlukan berubah menurut kapasitas dan pompanya. Adapun persamaan untuk menghitung *NPSHR* yaitu :

$$NPSHR = \sigma H_N \dots\dots\dots (2.2)$$

Dimana : $NPSHr = NPSH$ yang diperlukan

σ = Koefisien kavitasi Thoma

H_N = Head Total pompa

Dalam mencari koefisien kavitasi Thoma, digunakan grafik yang terdapat pada Gambar 2.5 dengan cara interpolasi. Selain mempergunakan koefisien thoma, sering juga dipergunakan bilangan kecepatan spesifik isap S sebagai pengganti perhitungan dengan σ . Harga S untuk pompa-pompa berbentuk umum adalah 1200. Harga ini tidak tergantung pada n_s . Sehingga persamaan $NPSHr$ menjadi :

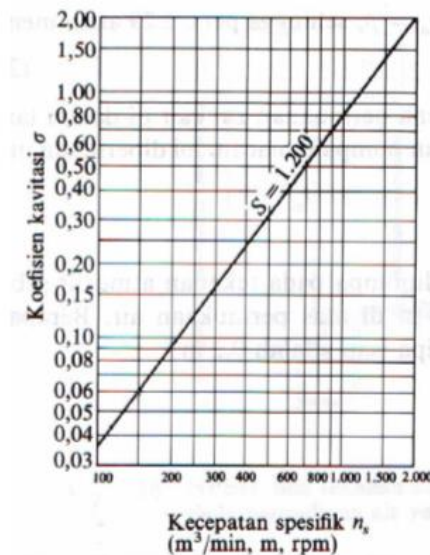
$$NPSHR = \left(\frac{n}{S}\right)^4 \times Q_n^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots (2.3)$$

Dimana : $NPSHr = NPSH$ yang diperlukan

Q_n = kapasitas pompa

n = kecepatan spesifik pompa (rpm)

S = bilangan kecepatan spsesifik isap (1200)



Gambar 2. 5 Koefisien kavitasi dan kecepatan spesifik (Sularso, 1983)

2.2.8 *Maintenance*

Maintenance adalah kegiatan untuk memelihara atau menjaga fasilitas maupun peralatan pabrik dan mengadakan perbaikan atau penyesuaian maupun penggantian yang diperlukan agar diperoleh suatu keadaan operasi produksi yang memuaskan sesuai apa yang telah direncanakan (Syafutra, 2017).

2.2.9 *Condition Based Maintenance*

Condition based maintenance adalah sistem perawatan pada pengawasan kondisi mesin dengan adanya tanda-tanda ketidaknormalan pada komponen mesin yang diawasi. Teknik ini menghindari tindakan perawatan yang tidak perlu dan melakukan pemeliharaan jika ada indikasi perilaku abnormal pada komponen yang dipantau. Jika diimplementasikan dengan baik, *condition based maintenance* dapat mengurangi secara signifikan biaya pemeliharaan karena mencegah pemeliharaan preventif terjadwal yang tidak perlu.

Penerapan pada *condition based maintenance* yang efektif terdiri dari tiga tahapan (Jardine dkk, 2006):

1. Mengumpulkan dan menyimpan data kondisi normal dari sistem yang dipantau.
2. Sebelum pengolahan data perlu dilakukan penyaringan dan ekstraksi ciri-ciri pada data yang terkumpul di tahap pertama.
3. Menyediakan rekomendasi perawatan yang efisien berdasarkan pada hasil kondisi kesehatan mesin.

Secara umum terdapat beberapa teknik pemantauan kondisi yang menerapkan sistem *CBM*, diantaranya (Scheffer dan Ghirdar, 2004) :

1. *Acoustic Emission*

Analisa yang dilakukan dengan menemukan kerusakan berupa *crack* pada komponen mesin dan saluran sistem perpipaan. Pendekatan ini dapat mendeteksi, menemukannya titik kerusakan, serta memantau kondisi secara kontinyu.

2. *Oil Analysis*

Analisa kerusakan yang dilakukan terhadap komponen mesin seperti *bearing* dan *gear*. Analisa ini dilakukan berdasarkan partikel – partikel mikroskopik yang terdapat pada minyak pelumas.

3. *Corrosion Monitoring*

Pemantauan yang dilakukan dengan menggunakan gelombang ultrasonik. Umumnya pendekatan ini digunakan untuk mengecek tingkat korosi yang dialami pada komponen mesin, terutama pada sistem perpipaan.

4. *Thermography*

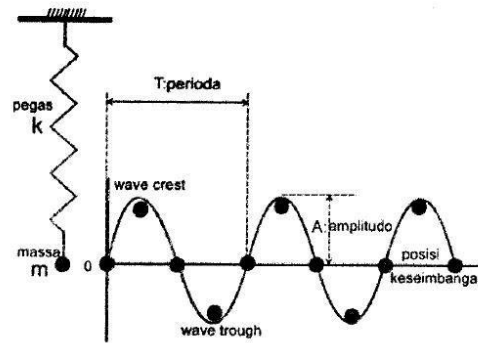
Pemantauan terhadap temperatur suatu komponen dengan menggunakan *infra red*. Pendekatan ini biasa dilakukan untuk kerusakan pada alat – alat elektrikal pendukung kegiatan mekanik.

5. *Vibration Analysis*

Vibration analysis merupakan teknik pemantauan kondisi berdasarkan nilai *vibrasi* yang dihasilkan. Tinggi atau rendahnya nilai *vibrasi* yang dihasilkan oleh suatu mesin akan berpengaruh terhadap kondisi mekanisnya. Menurut Deng dan Zhao (2013), metode analisis getaran merupakan teknik yang paling umum digunakan dalam pemantauan kondisi (*CBM*). Pengukuran getaran umumnya digunakan karena efektivitas dan fleksibilitasnya. Telah banyak penelitian yang menyelidiki hubungan antara sinyal getaran dan kondisi mesin. Pada umumnya, sinyal getaran dikumpulkan menggunakan transduser seperti *accelerometer*, yang dipasang pada komponen. Informasi fisik seperti getaran mekanik dikumpulkan dan disimpan di interval waktu tertentu yang membentuk gelombang (*times series*), kemudian data dianalisis lebih jauh untuk diagnosis dan dipronosis (diprediksi) pada *condition monitoring*.

2.2.10 Getaran

Getaran merupakan gerakan bolak-balik melewati titik seimbang. Model sederhana dari getaran adalah sebuah pegas yang bergerak naik turun melewati titik seimbang dalam suatu interval waktu tertentu. Semua benda yang mempunyai massa dan elastisitas mampu bergetar, jadi kebanyakan mesin dan struktur rekayasa mengalami getaran sampai derajat tertentu dan rancangannya biasanya memerlukan pertimbangan sifat osilasinya. Seperti pada Gambar 2.6 gerak osilasi dari suatu sistem pegas massa.



Gambar 2. 6 Gerak Osilasi Suatu Sistem Pegas Massa (Hamid, 2012)

Getaran memiliki tiga parameter penting yang dapat dijadikan sebagai tolak ukur, yaitu :

1. Amplitudo

Amplitudo adalah ukuran yang dihasilkan oleh sinyal getaran. Amplitudo dari sinyal getaran mengidentifikasi gangguan yang terjadi. Pada pompa, makin kecil amplitudo yang ditunjukkan, menandakan makin besar gangguan yang terjadi. Pada mesin yang masih bagus dan baru, tingkat getarannya biasanya bersifat relatif.

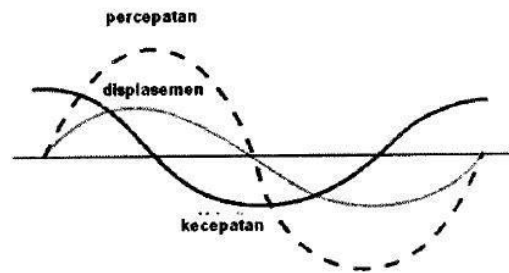
2. Frekuensi

Frekuensi adalah banyaknya periode getaran yang terjadi dalam satu putaran waktu (berapa kali permenit atau perdetik). Besarnya frekuensi dapat mengidentifikasi jenis-jenis gangguan yang terjadi. Gangguan pada mesin sering menghasilkan frekuensi yang jelas atau menghasilkan frekuensi yang dapat dijadikan sebagai bahan pengamatan.

3. Fase

Fase adalah gambaran akhir dari karakteristik suatu getaran yang terjadi pada suatu mesin. Fase adalah perpindahan atau perubahan posisi dari pada bagian-bagian yang bergetar untuk menentukan titik awal bergetarnya bagian yang lain.

Keseluruhan tingkat getaran mesin adalah ukuran total amplitude pada berbagai batas frekuensi dan dapat dinyatakan dalam percepatan, kecepatan dan perpindahan yang merupakan dasar parameter melakukan pengukuran getaran. Dapat dilihat pada Gambar 2.7, kurva-kurva percepatan, kecepatan dan perpindahan.



Gambar 2. 7 Kurva-kurva percepatan, kecepatan, displasemen (Hamid, 2012)

2.2.11 Akuisisi Data Sinyal Getaran

Proses akuisisi data merupakan kegiatan yang dilakukan untuk mengukur sinyal *vibrasi* yang dihasilkan oleh suatu komponen mesin. Dalam prosesnya terdapat empat tahapan utama yang dilakukan, diantaranya (Scheffer dan Ghirdar, 2004) :

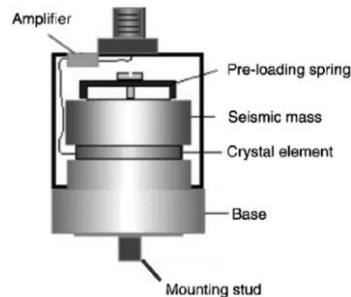
1. Merekam sinyal *vibrasi* yang berasal dari sumber terjadinya.
2. Mengubah sinyal *vibrasi* yang bersifat mekanis ke sinyal elektrik.
3. Mentransformasikan sinyal elektrik ke tiap bagian komponennya.
4. Menganalisa informasi yang dihasilkan berdasarkan sinyal *vibrasi* yang direkam.

Keempat tahapan diatas tentunya dapat dilakukan dengan bantuan berapa perangkat keras seperti sensor *vibrasi* dan juga perangkat lunak yang digunakan untuk menganalisa *output* dalam bentuk digital.

a. Accelerometer

Accelerometer merupakan jenis transduser yang paling banyak digunakan dalam aplikasi permesinan rotasional karena penggunaannya yang mudah, kompak dan ringan dengan jangkauan frekuensi yang lebar (Scheffer and Girdhar 2004:32). Berdasarkan pada Gambar 2.8, umumnya bagian dari *accelerometer* mempunyai elemen kristal (*crystal element*) yang berguna untuk menghasilkan arus listrik yang

dihasilkan oleh adanya tekanan dari beban seismik terhadap getaran (Moheimani dan Fleming 2006:1).



Gambar 2. 8 *Accelerometer* (Scheffer dan Girdhar 2004)

b. Pemasangan *Accelerometer*

Pemasangan *accelerometer* (*mounting*) pada saat perekaman sinyal *vibrasi* pada suatu objek harus tepat. Agar dapat menghindari kegagalan perekaman, peletakan sensor juga harus sesuai dengan sumbu sensitifitasnya. Sensor *accelerometer* yang dipasang ketika pengukuran dapat menambah massa objek, hal ini mengakibatkan adanya dampak terhadap sistem *vibrasi* yang dihasilkan dan sifat mekanik pada objek.

Kesalahan pemasangan *accelerometer* adalah hal yang biasa terjadi pada pengambilan data. Akibatnya, struktur data sinyal *vibrasi* yang dihasilkan akan mengalami kerusakan. Hal ini tentunya akan mempengaruhi rentang frekuensi yang dihasilkan. Oleh karena itu, metode pemasangan *accelerometer* pada pengukuran sinyal *vibrasi* harus dilakukan dengan tepat agar memperoleh hasil yang akurat.

Terdapat beberapa metode yang digunakan dalam pemasangan *accelerometer* pada objek, diantaranya (Harris, 2002) :

1. Pemasangan Tiang (*Stud Mounting*)

Teknik pemasangan ini merupakan salah satu metode yang baik dan dapat digunakan untuk setiap jenis objek pengamatan, yaitu dengan menggunakan tiang baja. Namun apabila perekaman dilakukan pada rentang frekuensi yang tinggi, *output* data yang dihasilkan akan mengalami kekeliruan.

2. Pemasangan dengan Pengerat (*Cement Mountings*)

Metode pemasangan ini dilakukan apabila pada objek pengamatan tidak terdapat celah ataupun rongga yang memungkinkan untuk dilakukan proses penyambungan. Sehingga *accelerometer* harus dipasang dengan menggunakan pengerat. Biasanya pengerat yang digunakan berupa *cyanoacrylate* atau *epoxy*.

3. Pemasangan dengan *Beeswax* (*Beeswax Mounting*)

Metode *Beeswax* hampir sama seperti *cementing stud*, hanya saja jenis pengeratnya berupa lem *beeswax*. Metode ini tergolong sederhana, sehingga dapat diterapkan untuk penelitian atau pengujian dengan skala kecil. Namun kekurangan dari metode ini adalah tidak dapat digunakan pada temperatur di atas 40 °C, karena temperatur yang panas akan mengakibatkan lem meleleh sehingga tidak melekat secara sempurna.

4. Pemasangan dengan Magnet (*Magnetic Mounting*)

Penggunaan metode ini tergolong cepat dan praktis seperti halnya meletakkan sensor pada objek. Dikarenakan adanya magnet pada sensor, maka tanpa bantuan lem pengerat sensor sudah bisa melekat pada objek. Selain itu penggunaan metode ini juga dapat mempermudah pengguna dalam memindahkan sensor dari satu bagian ke bagian lainnya. Namun keterbatasan metode ini tidak dapat digunakan pada objek yang memiliki material *non-magnetik*.

c. Sensitifitas

Accelerometer yang digunakan dalam *condition monitoring* biasanya didesain dengan sensitifitas 100 mV/g. Tipe lainnya dari *accelerometer* dengan sensitifitas yang lebih besar digunakan untuk aplikasi khusus seperti analisis struktural dan pengukuran *geophysical*. *Accelerometer* untuk penggunaan frekuensi yang sangat tinggi maupun untuk permesinan dengan kecepatan rendah juga tersedia.

d. Jangkauan Frekuensi

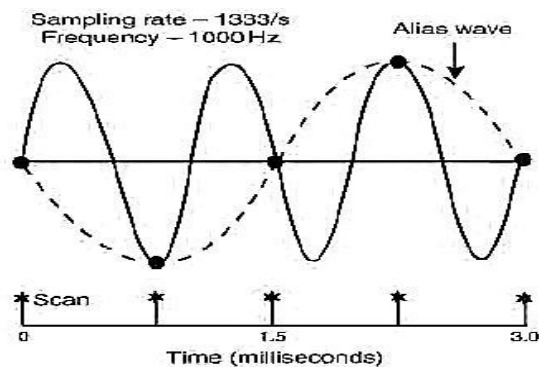
Accelerometer dirancang untuk mengukur getaran pada rentang frekuensi tertentu. Pemilihan *accelerometer* biasanya digunakan setelah rentang frekuensi yang ada pada permesinan telah diketahui. Pada umumnya, *accelerometer* yang

digunakan untuk mengukur getaran permesinan mempunyai jangkauan frekuensi dari 1 Hz atau 2 Hz sampai dengan 8 Hz atau 10 kHz, bahkan lebih tinggi.

e. *Sampling*

Sampling rate merupakan jumlah sample yang direkam dalam satu detik. Semakin besar *sampling rate*-nya yang digunakan merekam sebuah data getaran, maka sinyal getaran yang ditampilkan akan sesuai dengan aslinya. Gelombang sinyal yang awalnya berbentuk analog, diubah dalam bentuk digital. Proses pembentukan sinyal digital yang dihasilkan sama dengan gelombang sinyal aslinya. Oleh karena itu, dibutuhkan proses *sampling* agar gelombang sinyal digital merupakan bagian dari gelombang analog.

Proses *sampling* menerapkan teori *Nyquist sampling* agar tidak terjadi *aliasing*. Teori tersebut menyatakan bahwa untuk tidak kehilangan informasi yang terkandung dalam sampel sinyal, maka proses *sampling* harus dilakukan setidaknya dua kali frekuensi tertinggi informasi (Scheffer dan Ghirdar, 2004). Gambar 2.9 menunjukkan kasus laju sampling yang kurang dari dua kali frekuensi informasi.



Gambar 2. 9 Fenomena *undersampling* (Scheffer dan Ghirdar, 2004)

f. *Aliasing*

Fenomena pembentukan gelombang frekuensi rendah karena adanya *undersampling* disebut *aliasing*. Secara teoritis seharusnya tidak ada nilai *vibrasi* dengan frekuensi lebih dari setengah tingkat *sampling*. Namun dalam pengaplikasiannya hal ini dapat terjadi. Hal ini merupakan suatu kesalahan yang harus dihindari ketika melakukan perekaman data secara kontinyu.

Metode yang digunakan agar dapat menghindari terjadinya *aliasing* adalah dengan filter *anti-aliasing*. Filter ini bekerja dengan menghilangkan plot frekuensi tinggi yang mungkin ada pada laju *sampling*. Untuk mengatasi masalah perubahan amplitudo dekat frekuensi *cut-off*, maka rentang frekuensi hanya digunakan kurang 80% frekuensi *Nyquist*. Agar dapat berjalan dengan lancar, maka metode ini harus dilakukan sebelum proses perubahan analog ke digital dimulai.

g. *Matlab*

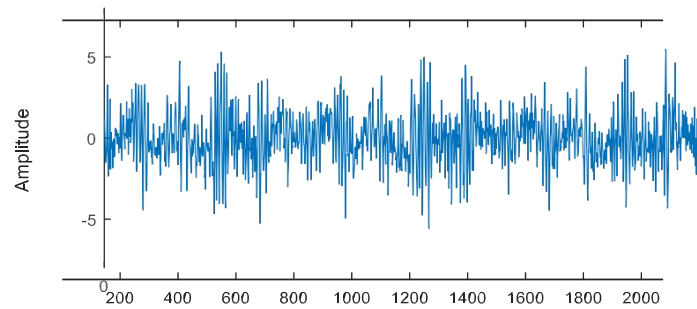
Matlab adalah bahasa pemrograman level tinggi (ingat dalam dunia pemrograman semakin tinggi level semakin mudah cara menggunakannya) yang dikhususkan untuk komputasi teknis. Bahasa ini mengintegrasikan kemampuan komputasi, visualisasi, dan pemrograman dalam sebuah lingkungan yang tunggal dan mudah digunakan. *Matlab* memberikan sistem interaktif yang menggunakan konsep *array/matrik* sebagai standar variabel elemennya tanpa membutuhkan pendeklarasian *array* seperti pada bahasa lainnya (Syafutra, 2017).

2.2.12 Analisis Sinyal Getaran

Dalam proses analisis menggunakan sinyal getaran, terdapat 2 metode utama yaitu metode analisis berdasarkan domain waktu (*time domain*) dan domain frekuensi (*frequency domain*).

1. Domain Waktu (*Time Domain*)

Secara umum, data getaran yang diperoleh dari domain waktu sebagai deret data yang menunjukkan percepatan, kecepatan, dan perpindahan. Biasanya sinyal getaran diperoleh menggunakan transduser tertentu seperti *accelerometer*. Fitur getaran domain waktu dapat diekstraksi menggunakan statistik deskriptif seperti *standard deviation*, *kurtosis*, *root mean square (RMS)*, *varians*, *mean*, dan lain-lain. Plot getaran berdasarkan domain waktu ditunjukkan pada Gambar 2.10.

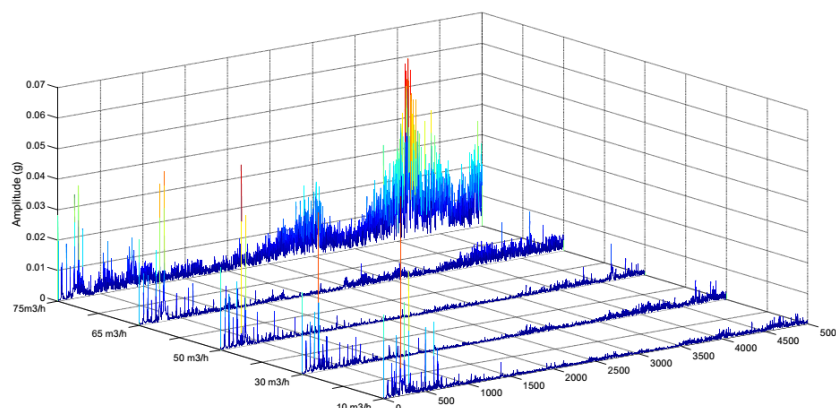


Gambar 2. 10 Plot getaran domain waktu (Ramadhan, 2017)

Dapat dilihat pola gelombang yang dihasilkan mempunyai kerapatan yang tinggi dan tidak teratur. Hal ini dikarenakan getaran dalam keadaan natural akan terus berkembang oleh tiap karakteristik komponen permesinan (Ramadhan, 2017). Sehingga dalam grafik gelombang yang dihasilkan akan mempunyai frekuensi yang beragam dari tiap komponen pada sinyal domain waktu.

2. Domain Frekuensi (*Frequency Domain*)

Domain frekuensi dilakukan dengan mengubah sinyal gelombang domain waktu ke dalam domain frekuensi. Metode yang paling umum digunakan untuk konversi dari domain waktu ke domain frekuensi adalah dengan menggunakan *fast fourier transform (FFT)*. Keuntungan dari domain frekuensi adalah sinyal yang dihasilkan dapat menganalisa kerusakan komponen secara individual (Thobiani dkk, 2011). Terkecuali pada deteksi kavitasi seperti pada Gambar 2.11 karakteristik yang dihasilkan berupa pola *broadband*.



Gambar 2. 11 Contoh analisis spektrum kavitasi yang mengalami noise dengan *broadband* (Luo dkk, 2015)

2.2.13 Parameter Statistik

1. *Standard Deviation*

Standard deviation (σ) menunjukkan seberapa besar penyebaran data sampel dari mean nya. Penyimpangan standar yang rendah menunjukkan bahwa sampel mendekati mean, sedangkan *standard deviation* tinggi menunjukkan bahwa sampel tersebut tersebar dari mean. *Standard deviation* juga dapat dianggap sebagai ukuran dari isi daya sinyal (Sakhtivel, 2010)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} \dots\dots\dots (2.4)$$

misalkan $x = x_1, x_2, \dots, x_N$, maka x_1 adalah elemen dari x , \bar{x} mewakili mean dari x dan N adalah jumlah elemen. Ahmed dkk (2012) menggunakan fitur ini sebagai salah satu fitur getaran gelombang waktu untuk klasifikasi kesalahan pada kompresor.

2. *Kurtosis*

Kurtosis menunjukkan apakah bentuk data atau sinyal itu datar atau runcing. Komponen normal (tidak ada kesalahan) ditunjukkan dengan *kurtosis* yang sangat rendah. Sedangkan komponen yang rusak memiliki *kurtosis* yang tinggi karna disebabkan oleh sinyal *spikiness* (Kamiel, 2015).

$$Kurtosis = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{(N - 1)\sigma^4} \dots\dots\dots (2.5)$$

dimana x_i adalah elemen dari x , N adalah jumlah elemen, \bar{x} mewakili rata-rata x dan σ menunjukkan standar deviasi. Penggunaa kurtosis sebagai fitur diagnosis kesalahan dapat ditemukan di beberapa literatur, salah satunya Lin dan Zuo (2003)

3. *RMS*

Root Mean Square (RMS) merupakan sebuah indikator level energi dari sinyal getaran yang dirumuskan pada persamaan 2.6

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \dots\dots\dots (2.6)$$

dimana N adalah jumlah elemen, \bar{x} mewakili rata - rata elemen dan x_i adalah unsur x . Contoh implementasi RMS sebagai fitur deteksi kesalahan pompa sentrifugal dapat ditemukan di Sakthivel dkk (2010).

4. Variance

Dalam bidang statistika, *variance* merupakan nilai kuadrat dari standar deviasi σ^2 yang dirumuskan pada persamaan 2.7.

$$Variance = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1} \dots\dots\dots (2.7)$$

dimana x adalah mean dari sinyal, x_i menunjukkan elemen x dan N menunjukkan jumlah elemen. Penggunaan metode ini dalam mendeteksi kavitasi telah dibuktikan dapat dilakukan oleh Luo dkk (2015).

5. Peak Value

Analisis nilai puncak merupakan analisis yang dilakukan dengan melihat intensitas energi yang dihasilkan oleh getaran pada puncak-puncak data domain waktu maupun domain frekuensi (Luo dkk, 2015). Ada beberapa metode yang dapat dilakukan untuk mendapatkan nilai puncak, salah satunya dirumuskan pada persamaan 2.8.

$$Peak Value = \frac{max(x) - min(x)}{2} \dots\dots\dots (2.8)$$

Diagnosis yang dilakukan pada nilai puncak yaitu dengan melihat perubahan amplitudo yang dihasilkan pada variasi statistik yang digunakan.

6. Crest Factor

Crest Factor merupakan pengukuran statistika yang cukup banyak digunakan dalam analisis sinyal. Parameter ini didefinisikan sebagai rasio nilai

absolut maksimum dari nilai *RMS* sinyal. Jika sebuah sinyal $x(n)$, dengan rata-rata nol maka fungsi *crest factor* dapat didefinisikan sebagai persamaan 2.9 berikut,

$$C_f = \frac{\max(|x(n)|)}{\sigma} \dots\dots\dots (2.9)$$

Nilai dari *crest factor* sering kali digunakan sebagai parameter penting karena nilai yang didapat mengindikasikan seberapa memuncak (*peaky*) data yang dihasilkan. Nilai *crest factor* yang tinggi menunjukkan bahwa ada setidaknya satu puncak bernilai tinggi positif maupun negatif pada sinyal (Brandt 2010:71)

7. Mean

Nilai *mean* merupakan rata-rata dari besaran nilai terhadap objek. Dapat diartikan bahwa nilai mean umumnya dijadikan sebagai ukuran data yang mendominasi keseluruhan data. Nilai parameter ini memiliki perhitungan dengan cara membagi jumlah nilai data dengan banyaknya data seperti pada persamaan 2.10.

$$Mean = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x(k) \dots\dots\dots (2.10)$$

Sama halnya seperti *SD*, parameter ini merupakan salah satu parameter yang dapat memberikan hasil klasifikasi yang baik terhadap perbedaan kondisi pada suatu mesin (Rapur dan Tiwari, 2016).

2.2.14 Principal Component Analysis (PCA)

Dalam statistika, *Principal Component Analysis (PCA)* adalah teknik untuk menyederhanakan suatu data dengan cara mentransformasi linier sehingga terbentuk sistem koordinat baru dengan varians maksimum. *PCA* dapat digunakan untuk mereduksi dimensi suatu data tanpa mengurangi karakteristik data tersebut secara signifikan (Smith, 2002).

Menurut Santosa (2007), *Principal Component Analysis (PCA)* adalah suatu teknik untuk mengekstrasi struktur dari suatu set data dengan dimensi yang banyak. Problem dalam *PCA* adalah menemukan *eigenvalue* dan *eigenvectors*. *PCA* adalah transformasi *orthogonal* (tegak lurus) dari sistem koordinat dimana data

dideskripsikan. Koordinat baru dimana data dideskripsikan dinamakan *principal component* atau *PC*. Koordinat tersebut dipilih dimana variansi dari data mencapai maksimum.

2.2.15 Perhitungan *Principal Component Analysis* (PCA)

Penyelesaian dengan *PCA* seringkali cukup hanya dengan beberapa *principal component* (*PC*) untuk menjelaskan struktur data asli. Jika data dalam dimensi asli sulit untuk direpresentasikan melalui grafik, maka dengan dua *PC* atau satu *PC* bisa dicitrakan melalui grafik (Santosa 2007). Misalkan terdapat data dengan susunan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.11)$$

atau dalam bentuk kolom seperti berikut,

$$\mathbf{X} = (\mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 \cdots \mathbf{w}_j \cdots \mathbf{w}_n)$$

Row vector \mathbf{x}_i mewakili semua pengukuran variabel pada waktu tertentu, sementara vektor kolom \mathbf{w}_j merepresentasikan satu pengukuran variabel selama waktu eksperimen.

Secara umum, karena besaran dan skala yang berbeda dari variabel, matriks \mathbf{X} perlu diskalakan sebelum diproses lebih lanjut. Salah satu teknik penskalaan adalah penskalaan otomatis yang menskalakan kembali data asli untuk memiliki rata-rata 0 dan varians 1 dengan mengubah *column vector* \mathbf{w}_j seperti berikut,

$$\mu_{\mathbf{w}_j} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij}, \dots\dots\dots(2.12)$$

$$\sigma_{\mathbf{w}_j} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_{ij} - \mu_{\mathbf{w}_j})^2}, \dots\dots\dots(2.13)$$

$$\bar{x}_{ij} = \frac{x_{ij} - \mu_{wj}}{\sigma_{wj}}, \dots\dots\dots(2.14)$$

di mana μ_{wj} mewakili mean dan σ_{wj} menunjukkan standar deviasi dari variabel w_j sedangkan x_{ij} adalah titik data yang diubah ke $\mu_{wj} = 0$ dan $\sigma_{wj} = 1$.

Matriks *covariance* \mathbf{X} kemudian didefinisikan sebagai berikut,

$$\mathbf{C}_x = \frac{1}{m-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X}$$

yang dapat ditulis sebagai berikut,

$$\mathbf{C}_x = \frac{1}{m-1} \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_2 & \dots & \mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_j & \dots & \mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_2 & \dots & \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j & \dots & \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{w}_n^T \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_n^T \mathbf{w}_2 & \dots & \mathbf{w}_n^T \mathbf{w}_j & \dots & \mathbf{w}_n^T \mathbf{w}_n \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.15)$$

Matriks *covariance* \mathbf{X} adalah matriks persegi dan simetris dengan ukuran $n \times n$. Matriks ini mengkuantifikasi jumlah hubungan linear antara semua kombinasi dari dua variabel dalam kumpulan data. Istilah-istilah dalam diagonal utama matriks \mathbf{X} adalah varians dari variabel-variabel yang terkait, sementara itu *covariance* antara semua kombinasi dua variabel berada dalam istilah di luar-diagonal. Varians nya didefinisikan sebagai berikut,

$$\sigma_{wj}^2 = \frac{1}{m-1} \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j, \dots\dots\dots(2.16)$$

yang dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\sigma_{wj}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m x_{ij}^2$$

sedangkan *covariance* dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\sigma_{wj,wk}^2 = \frac{1}{m-1} \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_k, \quad j \neq k, \dots\dots\dots(2.17)$$

dapat ditulis sebagai berikut,

$$\sigma_{wj,wk}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m X_{ij} X_{ik}$$

Secara umum, nilai varians yang lebih besar menunjukkan informasi yang lebih penting yang terkandung dalam variabel, sementara nilai-nilai kovarian besar mewakili redundansi tinggi antara dua variabel dalam kumpulan data (Kamiel,

2015). Matriks \mathbf{X} terdiri dari n dimensi ruang dengan n basis basis ortonormal. *PCA* berusaha mengubah vektor x_1 menjadi basis ortonormal yang berbeda yang dapat mengungkapkan fitur tersembunyi.

PCA mendekomposisi matriks \mathbf{X} ke dalam matriks skor \mathbf{T} dan matriks pemuatan \mathbf{P} melalui dekomposisi nilai singular (SVD) sebagai berikut,

$$\mathbf{X} = \mathbf{t}_1 \mathbf{p}_1^T + \mathbf{t}_2 \mathbf{p}_2^T + \dots + \mathbf{t}_n \mathbf{p}_n^T, \dots \dots \dots (2.18)$$

dapat ditulis sebagai berikut,

$$\mathbf{X} = \mathbf{TP}^T,$$

dimana $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ mewakili vektor eigen dari matriks \mathbf{c}_x dan \mathbf{P} menunjukkan matriks *PC*. Vektor $\mathbf{t}_i \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ adalah proyeksi dari data asli ke vektor \mathbf{p}_i dan \mathbf{T} mewakili matriks skor dari *principal component*. Setiap vektor eigen \mathbf{p}_i sesuai dengan nilai eigen λ_i yang mewakili varian dari vektor \mathbf{t}_i .

Matriks \mathbf{P} adalah matriks transformasi yang memiliki vektor eigen di kolomnya, yaitu,

$$\mathbf{P} = (\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_2 \mathbf{p}_j \dots \mathbf{p}_n) \dots \dots \dots (2.19)$$

dan memenuhi properti eigenvalue-eigenvector,

$$\mathbf{C}_x \mathbf{P} = \mathbf{P} \Lambda \dots \dots \dots (2.20)$$

$$\text{dimana } \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0)$$

adalah matriks diagonal yang memiliki eigenvalues yang positif dari yang terbesar hingga yang terkecil.

Matriks transformasi dapat digunakan untuk mengubah data asli menjadi ruang baru yang secara matematis didefinisikan sebagai berikut,

$$\mathbf{T} = \mathbf{XP} \dots \dots \dots (2.21)$$

Lebih detailnya sebagai berikut,

$$(\mathbf{t}_1 \mathbf{t}_2 \cdots \mathbf{t}_j \cdots \mathbf{t}_n) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix} \times (\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \cdots \mathbf{p}_j \cdots \mathbf{p}_n) \dots\dots\dots (2.22)$$

Setiap kolom matriks \mathbf{T} kemudian dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\mathbf{t}_j = \mathbf{X} \mathbf{p}_j, \dots\dots\dots (2.23)$$

dan varians dari vektor \mathbf{t}_j dapat dihitung sebagai berikut,

$$\sigma_{\mathbf{t}_j}^2 = \frac{1}{m-1} \mathbf{t}_j^T \mathbf{t}_j = \frac{1}{m-1} (\mathbf{X} \mathbf{p}_j)^T (\mathbf{X} \mathbf{p}_j), \dots\dots\dots (2.24)$$

atau bisa ditulis sebagai berikut,

$$\sigma_{\mathbf{t}_j}^2 = \mathbf{p}_j^T \mathbf{C}_X \mathbf{p}_j = \lambda_j$$

sementara kovariannya nol, karenanya,

$$\sigma_{\mathbf{t}_j \mathbf{t}_k}^2 = \frac{1}{m-1} \mathbf{t}_j^T \mathbf{t}_k = \frac{1}{m-1} (\mathbf{X} \mathbf{p}_j)^T (\mathbf{X} \mathbf{p}_k), \dots\dots\dots (2.25)$$

dan menjadi,

$$\sigma_{\mathbf{t}_j \mathbf{t}_k}^2 = \mathbf{p}_j^T \mathbf{C}_X \mathbf{p}_k = \lambda_j \mathbf{p}_j^T \mathbf{p}_k = 0$$

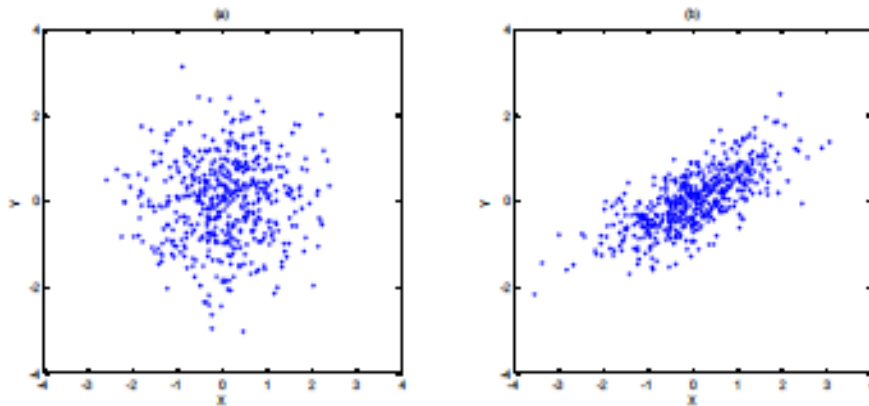
Proyeksi data asli ke PC menghasilkan skormatriks \mathbf{T} yang memiliki vektor kolom tidak berkorelasi. Setiap vektor kolom menjelaskan variabel dalam satu set orientasi baru yang variasinya sesuai dengan nilai eigen dari matriks \mathbf{C}_X .

Vektor kolom \mathbf{p}_j dalam pemuatan matriks \mathbf{P} berhubungan dengan vektor eigen dari matriks \mathbf{C}_X yang disortir dalam urutan terendah berdasarkan nilai eigennya. Vektor \mathbf{p}_j dengan nilai eigen tertinggi menyampaikan jumlah informasi terbesar dalam dataset. Secara geometris, matriks data \mathbf{X} diproyeksikan melalui eigenvector \mathbf{p}_j dan menghasilkan vektor \mathbf{t}_j dari matriks skor \mathbf{T} .

Matriks data yang diubah \mathbf{T} mewakili representasi baru dari dokumen data asli dalam orientasi set baru. Beberapa PC yang tidak berkorelasi memiliki variasi paling penting dengan demikian menyimpan informasi paling penting dalam data.

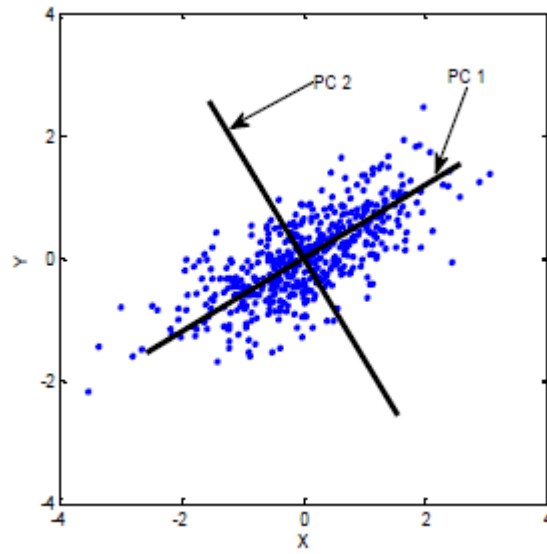
Contoh aplikasi PCA dijelaskan di sini menggunakan data buatan yang memiliki korelasi signifikan. Plot dua dimensi (X dan Y axis) buatan ditunjukkan

pada Gambar 2.12. Pada Gambar 2.12 (a), kumpulan data tidak berkorelasi, tetapi pada Gambar kedua (b), secara signifikan berkorelasi.

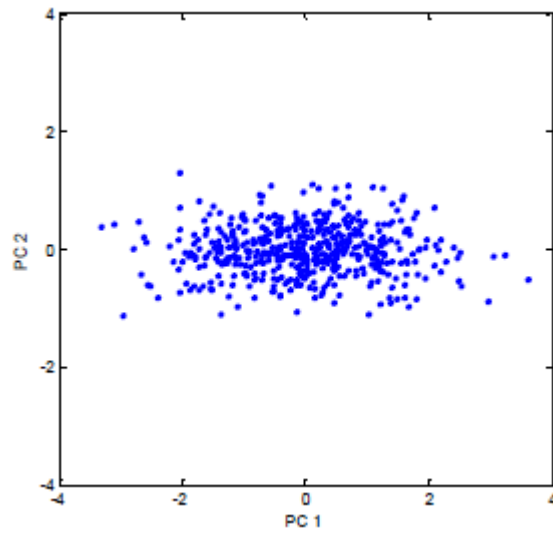


Gambar 2. 12 Contoh data, (a) tidak berkorelasi, (b) berkorelasi (Kamiel, 2015)

Pada Gambar 2.12 (b) data berkorelasi secara signifikan, maka harus diubah data asli menjadi orientasi baru yang sesuai dengan komponen utama (PC). Dalam hal ini, data yang baru tidak akan berkorelasi dan akan memiliki varians maksimum. Hasil yang diharapkan dari langkah di atas adalah terciptanya koordinat baru atau yang disebut dengan *principal component*. Sumbu-sumbu koordinat baru ini nantinya harus orthogonal (saling tegak lurus) karena mengandung informasi variabel yang tidak saling berkorelasi. Dapat dilihat pada Gambar 2.13 *plotting principal component, PC 1 dan PC 2*. Dari kedua principal komponen yang terpilih, kemudian dilakukan transformasi dengan $PC 1$ dan $PC 2$ sebagai sumbu koordinat baru yang ditunjukkan pada Gambar 2.14.



Gambar 2. 13 Plot *principal component*, PC 1 dan PC 2 (Kamiel, 2015)



Gambar 2. 14 Data yang ditransformasikan pada 2 *principal component* (Kamiel, 2015)