

BAB V. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Diskretisasi Persamaan Navier-Stokes

Diskretisasi numeris elemen hingga persamaan Navier-Stokes disusun berdasarkan metode sisa berbobot (*weighted residual method*). Metode ini mengintegrasikan perkalian antara selisih R (sisa, *residual*) antara solusi persamaan menerus (*continuous*) yang didekati dan solusi persamaan pendekatan diskret dengan suatu fungsi pembobot W pada seluruh hitungan (domain). Hasil dari integrasi tersebut harus seminimal mungkin, yaitu sama dengan nol:

$$\int_{\Omega} W_{(x,y,z)} R_{(x,y,z)} d_x d_y d_z = 0 \quad (5.1)$$

Pada metode Taylor-Galerkin, seperti juga metode Galerkin standar (Bubnov-Galerkin), fungsi pembobot (*weight function*) yang digunakan dalam diskretisasi tersebut adalah sama dengan fungsi bentuknya (*shape function*). Diskretisasi numeris elemen hingga untuk persamaan Navier-Stokes menggunakan 4 langkah. Langkah pertama adalah perkiraan penyelesaian suku konvektif dengan skema Taylor-Galerkin. Langkah kedua adalah perkiraan pengaruh kekentalan dengan skema eksplisit. Langkah ketiga yaitu mencari tekanan dengan memasukkan persamaan kontinuitas. Langkah terakhir adalah koreksi terhadap kecepatan akibat pengaruh tekanan yang diperoleh dari langkah ketiga. Bentuk diskretisasi untuk setiap langkah adalah sebagai berikut :

1. Langkah ke-1: Perkiraan penyelesaian suku konvektif dengan skema Taylor-Galerkin.

Persamaan untuk suku konvektif adalah:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(-u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \\
&= -\frac{\partial u_j}{\partial t} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - u_j \frac{\partial^2 u_i}{\partial t \partial x_j} \\
&= -(-u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k}) - u_j \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (-u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k}) \right] \\
&= u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_j u_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} \right] \\
&= u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j u_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} \\
\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= 2u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j u_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} \\
\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= 2u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j u_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} \tag{5.3}
\end{aligned}$$

dengan indeks $i, j, k = 1, 2, 3$, yaitu untuk arah x, y , dan z . Dua indeks pada satu suku berarti penjumlahan untuk $i = 1$ s.d. 3.

Deret Taylor orde-2 untuk u^n adalah sebagai berikut :

$$u^n = u^0 + \Delta t \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^0 + \frac{1}{2} \Delta t^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)^0 \tag{5.4}$$

atau

$$u_i^n = u_i^0 + \Delta t \left(-u_j^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \left(2u_k^0 \frac{\partial u_j^0}{\partial x_k} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} + u_j^0 u_k^0 \frac{\partial^2 u_i^0}{\partial x_j \partial x_k} \right) \tag{5.5}$$

dengan superscript 0 menunjukkan hasil dari waktu sebelumnya.

Selanjutnya diterapkan skema Galerkin sehingga memberikan bentuk persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} W_i u_i^n d\Omega &= \int_{\Omega} W_i u_i^0 d\Omega - \Delta t \int_{\Omega} W_i u_j^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} d\Omega \\
&+ \frac{2}{2} \Delta t^2 \int_{\Omega} W_i u_k^0 \frac{\partial u_j^0}{\partial x_k} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} d\Omega + \frac{1}{2} \Delta t^2 \int_{\Omega} W_i u_j^0 u_k^0 \frac{\partial^2 u_i^0}{\partial x_j \partial x_k} d\Omega
\end{aligned}$$

(5.6)

Dengan aplikasi teorema Green diperoleh persamaan diskret sebagai berikut :

$$\int_{\Omega} w_i u_i^n d\Omega = \int_{\Omega} w_i u_i^0 d\Omega - \Delta t \int_{\Omega} w_i u_i^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} d\Omega + \frac{2}{2} \Delta t^2 \int_{\Omega} w_i u_k^0 \frac{\partial u_j^0}{\partial x_k} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} d\Omega + \frac{1}{2} \Delta t^2 \int_{\Omega} w_i u_j^0 u_k^0 \frac{\partial^2 u_i^0}{\partial x_j \partial x_k} d\Omega$$

dengan :

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(w_i u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial w_i}{\partial x_k} u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + w_i \frac{\partial u_j}{\partial x_k} u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + w_i u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + w_i u_j u_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k}$$

atau

$$w_i u_j u_k \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(w_i u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial w_i}{\partial x_k} u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - w_i \frac{\partial u_j}{\partial x_k} u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - w_i u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

dan

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[w_i u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] d\Omega = \int_{\Gamma} w_i u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_k d\Gamma$$

sehingga :

$$\int_{\Omega} w_i u_i^n d\Omega = \int_{\Omega} w_i u_i^0 d\Omega - \Delta t \int_{\Omega} w_i u_i^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} d\Omega + \frac{2}{2} \Delta t^2 \int_{\Omega} w_i u_k^0 \frac{\partial u_j^0}{\partial x_k} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} d\Omega + \frac{1}{2} \Delta t^2 \int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial x_k} \left(w_i u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial w_i}{\partial x_k} u_j u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - w_i \frac{\partial u_j}{\partial x_k} u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - w_i u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega$$

$$\int_{\Omega} W_i u_i^n d\Omega = \int_{\Omega} W_i \left\{ u_i^0 - \Delta t u_j^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \Delta t^2 \left[(2-1) u_k^0 \frac{\partial u_j^0}{\partial x_k} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} - u_j^0 \frac{\partial u_k^0}{\partial x_k} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \right] \right\} d\Omega - \frac{1}{2} \Delta t^2 \int_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x_k} \left\{ u_j^0 u_k^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \right\} d\Omega + \frac{1}{2} \Delta t^2 \int_{\Gamma} W_i u_j^0 u_k^0 \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} n_k d\Gamma \quad (5.7)$$

Pada Persamaan (5.7) di atas nilai fungsi pembobot (W) sama dengan fungsi dasar (N). Persamaan tersebut kemudian dibawa ke bentuk diskret dengan menerapkan interpolasi

$$\int_{\Omega} W_i u_i^n d\Omega = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega \bar{u}_i^n \quad (5.8)$$

Nilai $\int N_i N_j d\Omega$ disajikan dalam bentuk matriks (20x20) yang disebut matriks massa (M).

Setelah dilakukan proses integrasi pada tiap elemen dari domain hitungan, kemudian dirakit dalam matriks global. Persamaan (5.7) dalam bentuk matriks disajikan sebagai berikut :

$$[M] \{u_i^n\} = [M] \{u_i^0\} + [K] \quad (5.9)$$

2. Langkah ke-2 : Prediksi pengaruh kekentalan (viskositas)

Dengan pengaruh gaya medan (*body force*) f_i maka persamaan suku difusi adalah

sebagai berikut ini :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} - \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = g_i + a_i \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + g_i + a_i$$

$$u_i = u_i^0 + \Delta t \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)$$

$$= u_i^0 + \Delta t \left[\nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + g_i + a_i \right] \quad (5.11)$$

Diskretisasi ke arah waktu memberikan persamaan sebagai berikut :

$$u_i^n = u_i^0 + \alpha \Delta t \left[\nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + g_i + a_i \right] + (1-\alpha) \Delta t \left[\nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \right) + g_i^0 + a_i^0 \right] \quad (5.12)$$

dengan α parameter implisit. Untuk $\alpha = 1/2$ maka persamaan di atas menggunakan skema Crank-Nicholson, untuk $\alpha = 0$ maka persamaan di atas menggunakan skema Euler.

Setelah persamaan tersebut diberi fungsi pembobot, $W_i = N_i$, dan diintegrasikan dalam domain hitungan diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\int_{\Omega} W_i u_i^n d\Omega = \int_{\Omega} W_i u_i^0 d\Omega + \alpha \Delta t \int_{\Omega} W_i (g_i + a_i) d\Omega + \alpha \Delta t \nu \int_{\Omega} W_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega + (1-\alpha) \Delta t \int_{\Omega} W_i (g_i^0 + a_i^0) d\Omega + (1-\alpha) \Delta t \nu \int_{\Omega} W_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \right) d\Omega \quad (5.13)$$

dengan :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[w_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] = \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + w_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (5.14)$$

atau dapat ditulis seperti Persamaan (5.15) :

$$w_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[w_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (5.15)$$

Persamaan (5.15) dengan penerapan teori Green diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\int_{\Omega} w_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] d\Omega = \int_{\Gamma} w_i \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] n_j d\Gamma - \int_{\Omega} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] d\Omega \quad (5.16)$$

Selanjutnya dengan penerapan teorema Green tersebut, dari Persamaan (5.16) dapat diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} W_i u_i^n d\Omega &= \int_{\Omega} W_i \left[u_i^0 - \Delta t \left\{ \alpha (g_i + a_i) + (1-\alpha) (g_i^0 + a_i^0) \right\} \right] d\Omega + \alpha \Delta t \int_{\Gamma} W_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) n_j d\Gamma \\ &- \alpha \Delta t \int_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega + (1-\alpha) \Delta t \int_{\Gamma} W_i \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \right) n_j d\Gamma \\ &- (1-\alpha) \Delta t \int_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (5.17)$$

Pada penelitian ini digunakan skema Euler dengan nilai $\alpha = 0$. Setelah dilakukan proses integrasi pada tiap elemen dari domain hitungan dan kemudian dirakit dalam matriks global, maka Persamaan (5.17) dapat disajikan dalam bentuk matriks :

$$([M]) \{ \bar{u}_i \} = ([M]) - \Delta t \nu [S] \{ \bar{u}_i^0 \} + \Delta t [F] \{ g_i^0 + a_i^0 \} \quad (5.18)$$

3. Langkah ke-3 : Koreksi tekanan

Persamaan gerak oleh gradien tekanan adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial u^n}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \nabla p^n \quad (5.19)$$

Dua sisi persamaan diturunkan lagi, sehingga Persamaan (5.19) menjadi :

$$\nabla \cdot \left(\frac{u^n - u^v}{\Delta t} \right) = - \frac{1}{\rho} \nabla^2 p^n \quad (5.20)$$

Sesuai syarat fluida *incompressible*, $\nabla \cdot u^n = 0$, maka Persamaan (5.20) menjadi persamaan sebagai berikut :

$$- \nabla^2 p^n = - \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot u^v \quad (5.21)$$

Setelah persamaan tersebut diberi fungsi pembobot, $W_i = N_i$, dan diintegrasikan dalam domain hitungan diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 p}{\partial x_j^2} d\Omega = \frac{\rho}{\Delta t} \int_{\Omega} W_i \frac{\partial u_j^v}{\partial x_j} d\Omega \quad (5.22)$$

dengan :

$$w_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(w_i \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \frac{\partial p}{\partial x_j} \quad (5.23)$$

Dengan penerapan teorema Green, Persamaan (5.23) menjadi :

$$- \int_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x_j} \frac{\partial p}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Gamma} W_i n_j \frac{\partial p}{\partial x_j} d\Gamma = \frac{\rho}{\Delta t} \int_{\Omega} W_i \frac{\partial u_j^v}{\partial x_j} d\Omega \quad (4.24)$$

Setelah dilakukan proses integrasi pada tiap elemen dari domain hitungan dan kemudian dirakit dalam matriks global, maka Persamaan (5.24) dapat disajikan dalam bentuk matriks :

$$[A] \{ p^n \} = [H] \{ u^v \} \quad (5.25)$$

4. Langkah ke-4 : Koreksi vektor kecepatan

Tekanan p^n diketahui dari langkah ke-3. Akibat pengaruh tekanan, vektor kecepatan dicari lagi. Persamaan yang digunakan adalah sama dengan Persamaan (4.19) pada

$$\frac{\partial u^n}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^n \quad (5.26)$$

namun demikian, persamaan ini langsung didiskretkan menjadi persamaan sebagai berikut :

$$u_i^n = u_i^{n-1} - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p^n \quad (5.27)$$

Setelah persamaan tersebut diberi fungsi pembobot, $W_i = N_i$, dan diintegrasikan dalam domain hitungan diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\int_{\Omega} W_i u^n d\Omega = \int_{\Omega} W_i u^{n-1} d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\Delta t}{\rho} W_i \frac{\partial p^n}{\partial x_i} d\Omega \quad (5.28)$$

Dalam bentuk matriks Persamaan (4.28) dapat dituliskan :

$$[M] \left\{ u_i^n \right\} = [M] \left\{ u_i^{n-1} \right\} + \frac{\Delta t}{\rho} [L] \left\{ p^n \right\} \quad (5.29)$$

B. Penyusunan Program Komputer

Hasil diskretisasi persamaan Navier-Stokes disusun dalam bahasa pemrograman.

Bahasa pemrograman yang digunakan adalah bahasa *FORTRAN*, dengan kompiler *Visual FORTRAN*. Algoritma program komputer penyelesaian persamaan Navier-Stokes dan *source code* secara lengkap dapat dilihat di Lampiran.

C. Uji Kestabilan Model

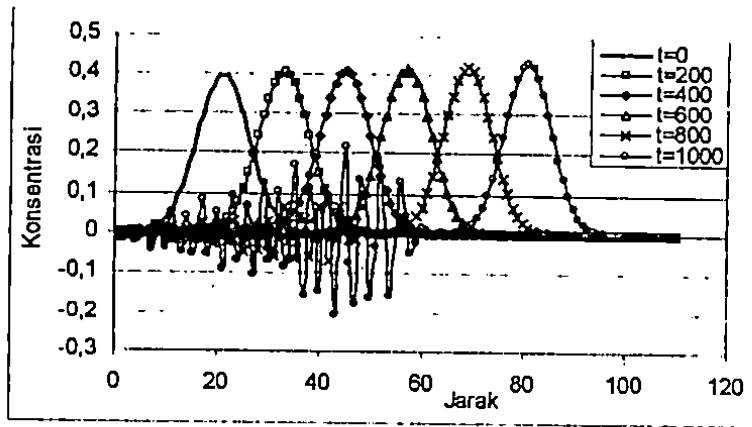
Analisis stabilitas numerik dilakukan untuk mencari batasan-batasan agar model numerik memberikan hasil yang mengarah kepada penyelesaian benar. Batasan-batasan yang akan diambil sebagai analisis adalah angka Courant dan angka Peclet. Angka Courant merupakan gambaran fenomena fisik yang menunjukkan perbandingan jarak yang ditempuh selama waktu tertentu dengan jarak grid yang digunakan dalam diskretisasi ($Cr = \frac{u\Delta t}{\Delta x}$).

Angka Peclet menunjukkan perbandingan pengaruh antara konveksi dan difusi ($Pe = \frac{u\Delta x}{2k}$).

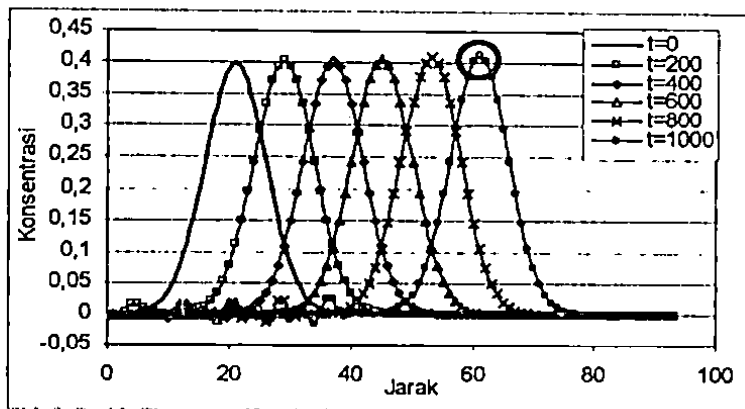
1. Kasus Konveksi Murni

Analisa stabilitas dilakukan pada problem 1 dimensi pada persamaan transport. Pada problem 1 dimensi daerah hitungan mulai dari $x = 0$ sampai dengan $x = 500$, dengan panjang elemen, Δx , adalah 0,5 m. Kecepatan transport, u , adalah 0,5 m/det. Kondisi awal yang diambil berupa distribusi Gauss. Pada kasus ini hasil hitungan konsentrasi selalu terjadi

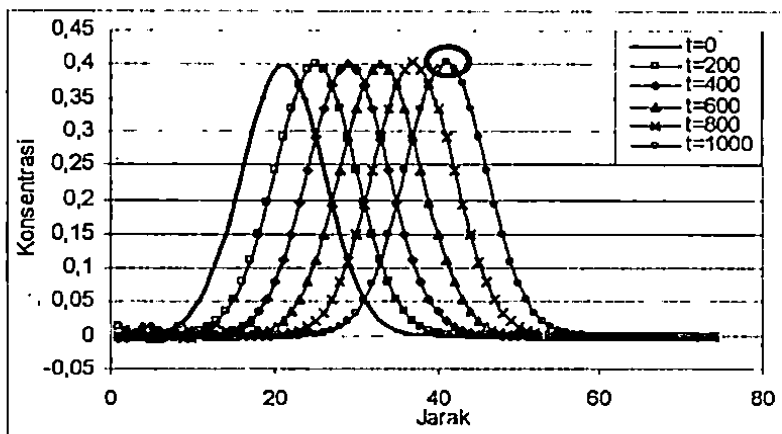
osilasi pada angka Courant yang sangat kecil sekalipun pun, seperti yang disajikan pada Gambar 5.1., Gambar 5.2., dan Gambar 5.3.



Gambar 5.1. Hasil hitungan konsentrasi program 1D kasus konveksi murni pada $Cr = 0,03$



Gambar 5.2. Hasil hitungan konsentrasi program 1D kasus konveksi murni pada $Cr = 0,02$

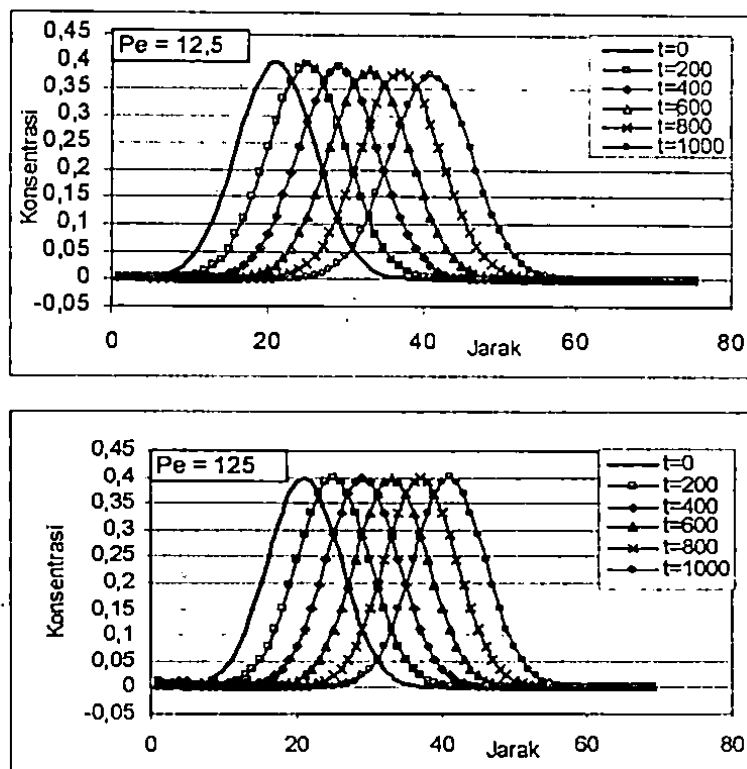


Gambar 5.3. Hasil hitungan konsentrasi program 1D kasus konveksi murni pada $Cr = 0,01$

Dari Gambar 5.1. sampai dengan Gambar 5.3. dapat ditunjukkan bahwa penggunaan metode Galerkin Standar tidak akan memberikan batas kestabilan meskipun dengan angka Courant yang kecil sekalipun. Walaupun demikian, pada penelitian ini tetap digunakan metode Galerkin Standar, karena persamaan yang diselesaikan tidak hanya kasus konveksi saja.

2. Kasus Konveksi dan Difusi

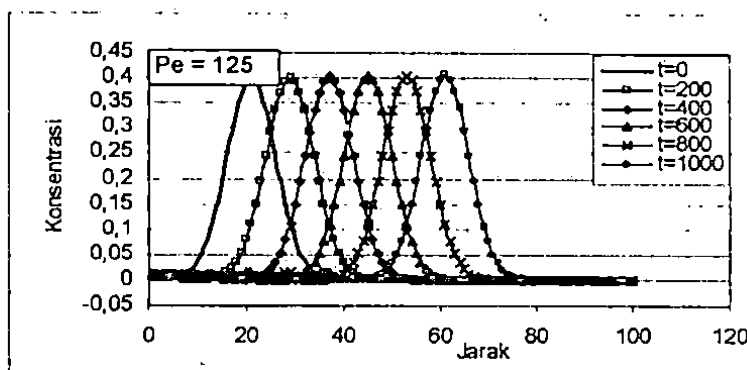
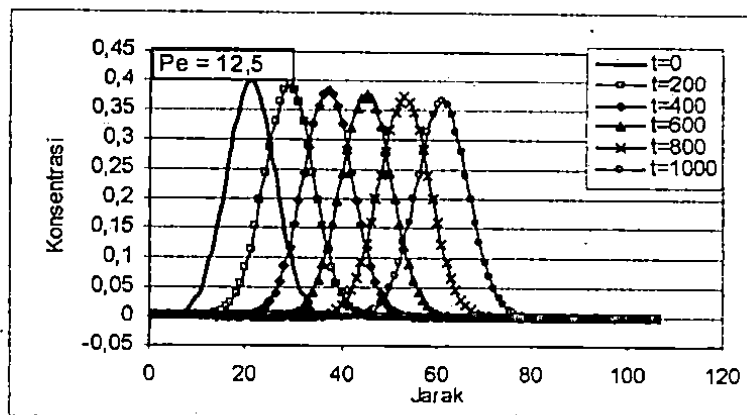
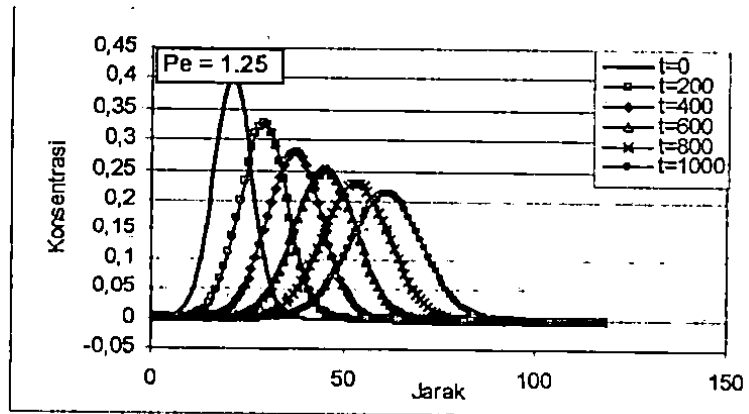
Analisis kestabilan untuk menentukan batasan kestabilan numerik dilakukan pemodelan pada beberapa pasangan nilai angka Cr dan angka Pe . Hasil keluaran hitungan dari beberapa pasangan dari angka Cr dan angka Pe disajikan pada gambar-gambar berikut.



Gambar 5.4. Hasil hitungan konsentrasi kasus konveksi-difusi 1 dimensi pada $Cr = 0,01$

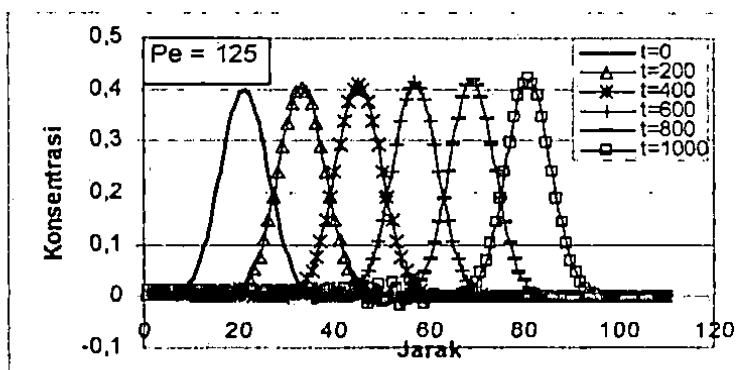
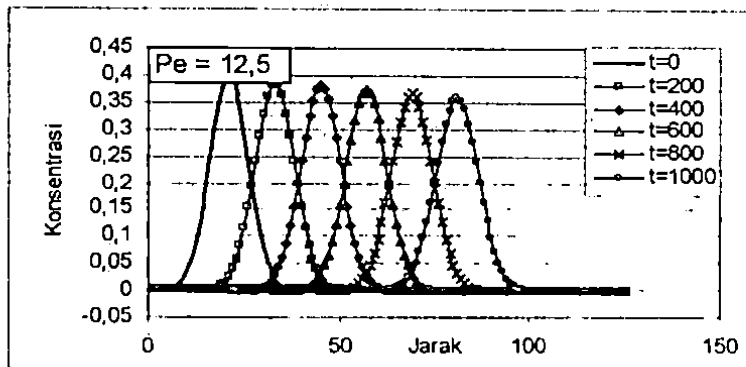
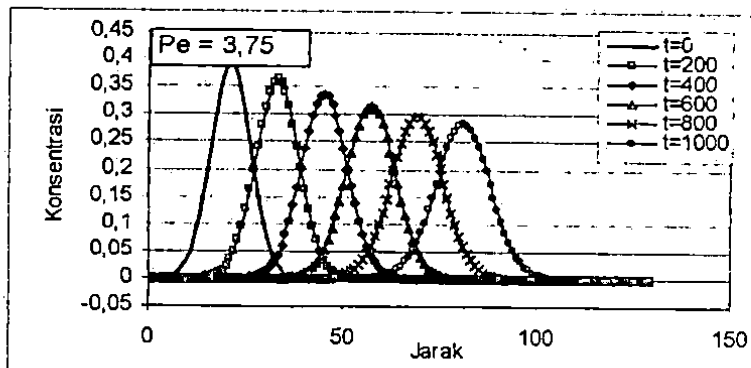
Sesuai dengan yang ditunjukkan pada Gambar 5.4., kestabilan model numerik yang telah dibuat pada angka $Cr = 0,01$ sangat dipengaruhi oleh angka Pe . Jika angka Pe yang diambil kurang dari batas bawah, maka model numerik tidak stabil. Demikian juga jika angka

Pe diambil lebih besar dari batas atas, maka model numerik juga tidak stabil. Supaya model numerik mendapatkan kondisi yang stabil, maka perlu diperhatikan besarnya angka Pe .

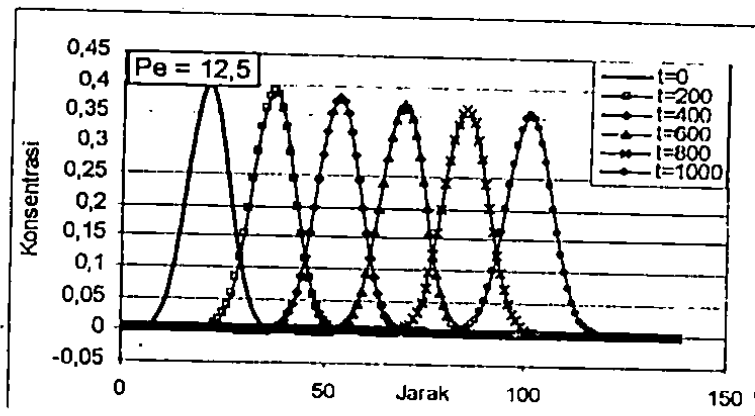


Gambar 5.5 Hasil hitungan konsentrasi kasus konveksi-difusi 1 dimensi pada

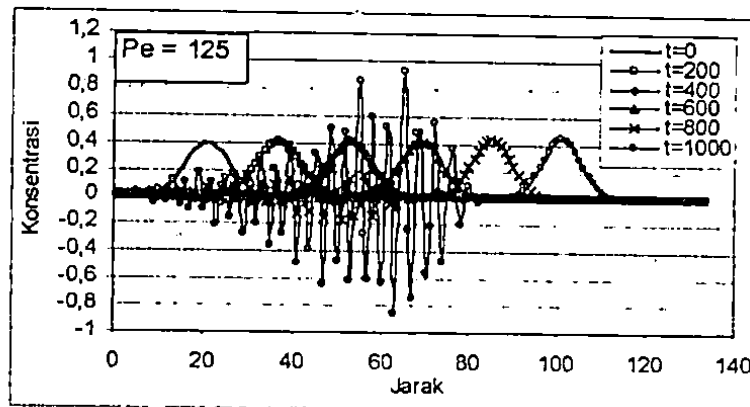
Dari Gambar 5.5 dapat diperoleh suatu kesimpulan bahwa semakin besar angka Cr yang diambil, maka kisaran batas stabilitas model numerik untuk angka Pe akan semakin kecil. Batas bawah angka Pe untuk $Cr = 0,01$ lebih kecil dibandingkan untuk $Cr = 0,02$. Batas atas angka Pe untuk $Cr = 0,01$ lebih besar dibandingkan untuk $Cr = 0,02$. Hasil analisis stabilitas untuk beberapa nilai Cr yang lain ditunjukkan pada gambar-gambar berikut.



Gambar 5.6 Hasil hitungan konsentrasi kasus konveksi-difusi 1 dimensi pada

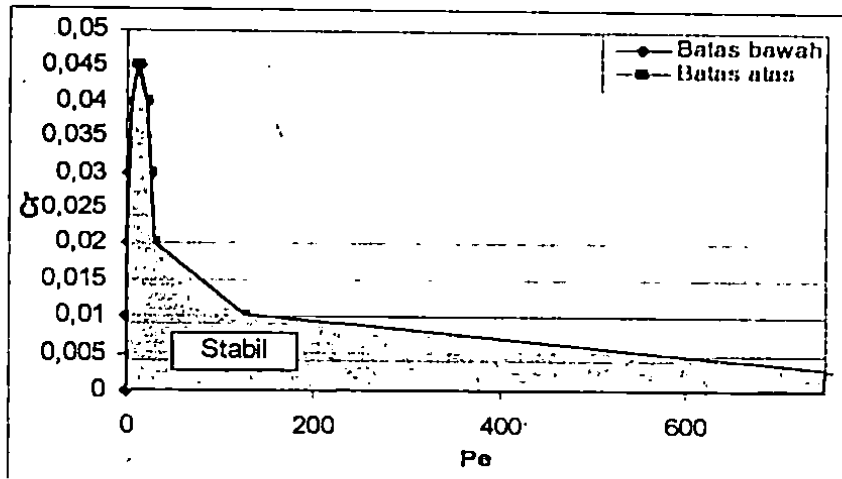


Gambar 5.7. Hasil hitungan konsentrasi kasus konveksi-difusi 1 dimensi pada $Cr = 0,04$ dan $Pe = 12,5$



Gambar 5.8. Hasil hitungan konsentrasi kasus konveksi-difusi 1 dimensi pada $Cr = 0,04$ dan $Pe = 125$

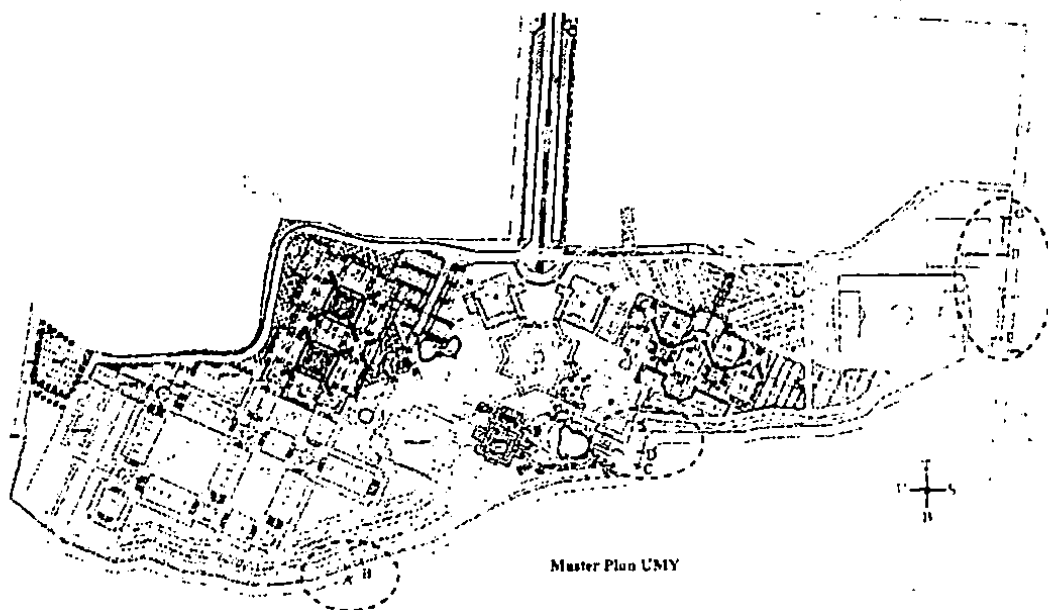
Dari Gambar 5.6. sampai dengan Gambar 5.8. dapat ditunjukkan bahwa metode Galerkin Standar mengalami kondisi yang tidak stabil untuk angka Pe yang tinggi (>125). Sehingga untuk kasus dengan angka Pe yang tinggi disarankan untuk memakai metode Petrov-Galerkin. Kesimpulan lain yang dapat ditunjukkan adalah untuk nilai Cr yang berbeda ternyata mempunyai batasan angka Pe bawah dan batasan angka Pe atas yang berbeda. Semakin kecil nilai Cr , kisaran angka Pe antara batas bawah dan atas semakin besar. Stabilitas numerik dari perhitungan dengan melibatkan suku difusi menghasilkan nilai Cr yang semakin besar jika dibandingkan dengan tanpa suku difusi. Pasangan nilai Cr dan Pe kemudian dialokasikan pada grafik seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5.9.



Gambar 5.9. Batas kestabilan nilai Cr dan Pe

D. Verifikasi Model

Tahapan verifikasi model dalam penelitian ini membutuhkan data-data laboratorium, terutama hasil pengukuran dinamika aliran di flume. Pengambilan data mengalami perubahan jadwal dikarenakan ada kegiatan pemindahan laboratorium Mekanika Fluida dari Kampus Wirobrajan ke Kampus Terpadu. Sehingga untuk kegiatan pengambilan data laboratorium akan diganti dengan data lapangan/data saluran di sekitar Kampus Terpadu. Peta lokasi untuk pengambilan data verifikasi model ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 5.10. Lokasi untuk verifikasi simulasi

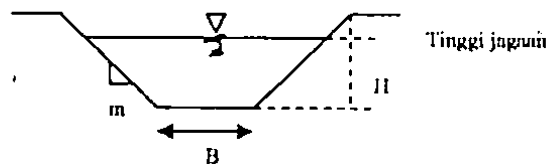
Tabel kemiringan dasar saluran yang digunakan adalah sebagai berikut :

Tabel 5.1 Kemiringan Dasar Saluran

Titik		Slope
P0-P23	Maksimum Pada P9-III(Pot A-B)	$5,18 \times 10^{-3}$
	Min Pada P14-P14(Pot C-D)	$1,84 \times 10^{-3}$
P23-P24 (Penyempitan Pot E-F)		$4,06 \times 10^{-3}$
P24-P25 mempunyai <i>slope</i> paling minimum dari semua titik(Pot F-G)		$1,32 \times 10^{-3}$

Tampang lintang dari data gambar adalah tampang trapesium sebagai berikut.

$$\text{Luas Trapesium} = B.H + mH^2$$

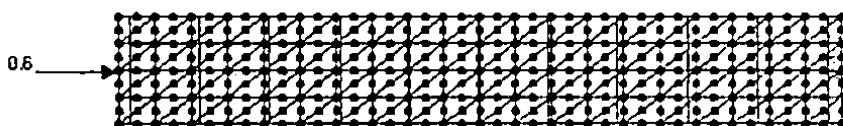


Gambar 5.11 Tampang lintang saluran trapesium

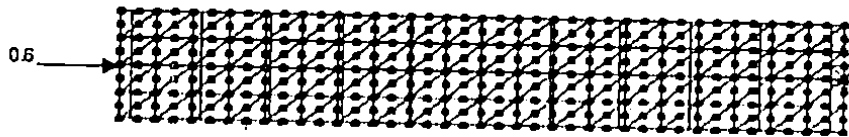
Tabel 5.2 Dimensi Tampang Trapesium

Titik	Lebar B (m)	Tinggi Air H (m)	Tinggi Jagaan	Kemiringan talud m
P0-P23	1,1	1	Pot A-B=0,70	0,4
			Pot C-D=0,40	
P23-P24	Bag Lebar	1	Pot E-F=0,20	0,4
	Bag Sempit			
P24-P25	3,5	1	Pot F-G=0,20	0,4

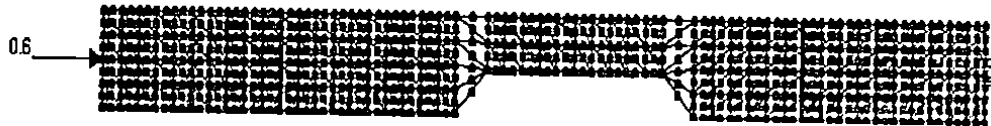
Model saluran yang dibuat adalah model tampak atas. Elevasi hulu model potongan saluran didapatkan dari *slope* saluran dikalikan dengan panjang potongan saluran. Sedang elevasi hilir model potongan saluran adalah 0.



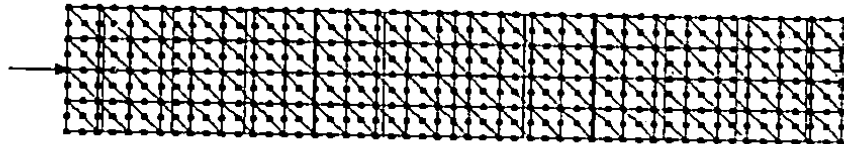
Gambar 5.11 Model saluran pot A-B



Gambar 5.12. Model saluran pot C-D



Gambar 5.13. Model saluran pot E-F



Gambar 5.14. Model saluran pot G-H

Tabel 5.3 Data Input Model Matematik

No	Keterangan		Nilai
1	Q dicoba-coba sampai mendapatkan Q dengan $v=1,5\text{m/det}$ (V Ijin)		Pot A-B & C-D = $0,1-2,5\text{ m}^3/\text{det}$ Pot E-F = $0,1-3,2\text{ m}^3/\text{det}$ Pot F-G = $0,1-6,0\text{ m}^3/\text{det}$
2	Kedalaman air (H)		1 m
3	Kemiringan saluran (i)	Pot A-B	$5,18 \times 10^{-3}$
		Pot C-D	$1,84 \times 10^{-3}$
		Pot E-F	$4,06 \times 10^{-3}$
		Pot F-G	$1,32 \times 10^{-3}$
4	Kecepatan ijin		1,5 m/det
5	Angka manning		0,033

Analisa yang dilakukan adalah membandingkan debit masukan pada hulu dan debit

keluaran pada hilir pada pot-pot yang dimodelkan. Data yang digunakan adalah sebagai berikut:

Contoh hitungan:

$$\% \text{ salah Pot A-B} = \frac{\Delta Q}{Q_{\text{masuk}}} \times 100\% = \frac{2,153 - 2,15}{2,15} \times 100\% = 0,139\%$$

Untuk selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 5.4. berikut ini:

Tabel 5.4 Persentase Kesalahan Persamaan Kontinuitas

Pot.	QMasuk (m ³ /det)	Velocity di hilir (m/det)	Water depth di hilir {H} (m)	B di hilir (m)	A basah= B.H(m ²)	QKeluar (m ³ /det)	% salah
A-B	2,15	1,435	1	1,5	1,5	2,153	0,139
C-D	2,24	1,492	1	1,5	1,5	2,238	0,089
E-F	3,06	0,784	1	3,9	3,9	3,057	0,098
F-G	5,82	1,491	1	3,9	3,9	5,815	0,086

Sumber: Hasil Analisa, 2005

Dari hasil analisa persentase kesalahan persamaan kontinuitas diatas didapatkan persentase kesalahan bernilai dibawah 3% yaitu bernilai antara 0,086% sampai 0,139%. Dari

hal itu bisa disimpulkan bahwa ...

VI. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diperoleh adalah :

- i. Model aliran terbuka dengan berdasarkan persamaan Bubnov-Galerkin telah dapat dimodelkan dengan beberapa pendekatan.
- ii. Batas stabilitas model yang telah dibuat nilai $Cr < 0,01$ dan $Pe < 400$
- iii. Berdasarkan verifikasi matematik, model numerik yang telah dibuat bisa digunakan model aliran terbuka.

b. Saran

Perlu dilakukan penelitian yang lebih mendalam/lanjutan karena fenomena dinamika aliran cukup kompleks, terutama untuk tampang yang bervariasi. Pada penelitian ini