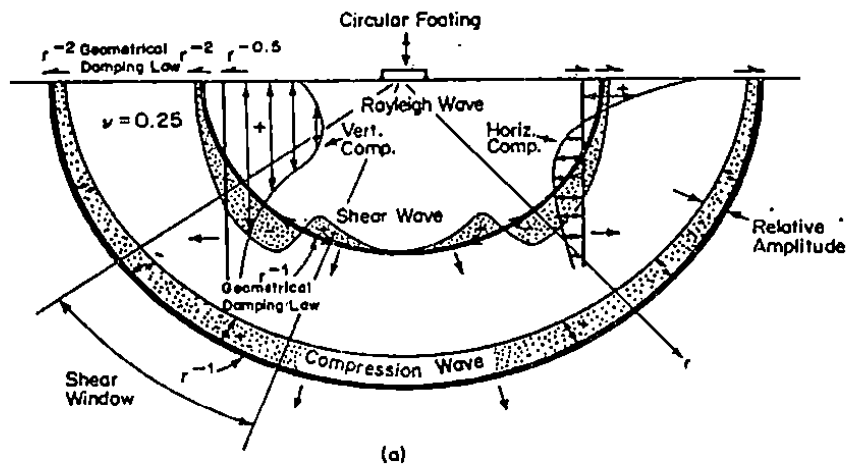


BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Gelombang Permukaan Rayleigh

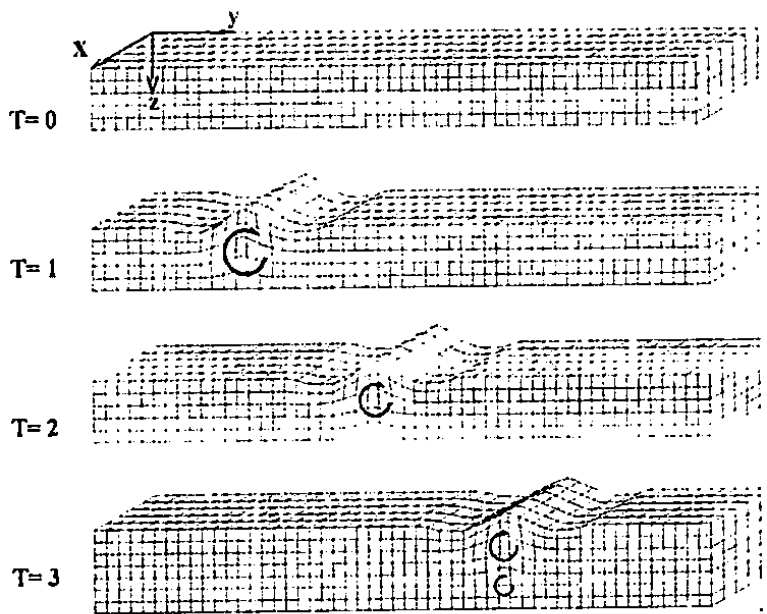
Gelombang permukaan (*surface wave*) adalah gelombang mekanik selain gelombang tubuh (*body wave*) yang dihasilkan dari perambatan energi suatu sumber mekanik (Gambar 2.1.a). Kedua kelompok gelombang mekanik ini juga disebut sebagai gelombang seismik. Berdasarkan bentuk perambatan partikelnya, gelombang permukaan dapat digolongkan dalam gelombang Love (gelombang L) dan gelombang Rayleigh (gelombang R), sedangkan gelombang tubuh dibagi dalam dua kelompok yaitu gelombang primer (gelombang P) dan gelombang sekunder (gelombang S). Pada suatu media yang homogen dan elastik, gelombang permukaan Rayleigh saja yang mungkin dapat dihasilkan dari suatu sumber mekanik, sedangkan untuk media yang berlapis, dapat dihasilkan perambatan kedua jenis gelombang permukaan Rayleigh dan Love secara bersamaan (Al Shaye'a 1994). Sepanjang permukaan tanah yang elastik, isotropik dan homogen, gelombang permukaan R akan merambat dengan distribusi energi seismik terbesar yaitu 67 % (Miller dan Pursey 1955) dari seluruh energi suatu sumber mekanik disk lingkaran vertikal (Gambar 2.1.b). Gelombang permukaan R juga dikenali sebagai gelombang Rayleigh-Lamb atau *ground roll*. Perambatan partikel gelombang ini bergerak dengan membentuk pola gelombang silindris elips di sepanjang permukaan suatu media. Nilai redaman geometrik gelombang R adalah berbanding terbalik akar fungsi jarak perambatan partikel gelombang dari sumber mekanik. Berdasarkan sifat gelombang R yaitu memiliki transmisi energi terbesar atau dua per tiga energi mekanik dari suatu sumber dan memiliki sifat redaman yang lebih lambat terhadap fungsi jarak daripada gelombang tubuh, maka gelombang R memiliki mempunyai peranan yang cukup



Wave Type	Per Cent of Total Energy
Rayleigh	67
Shear	26
Compression	7

(b)

Gambar 2.1 Penyebaran gelombang mekanik (Richart et al. 1970)



Gambar 2.2 Pola perambatan partikel gelombang Rayleigh (Rosyidi et al. 2005)

Pada media elastik dan homogen, kecepatan gelombang R adalah konstan dan tidak

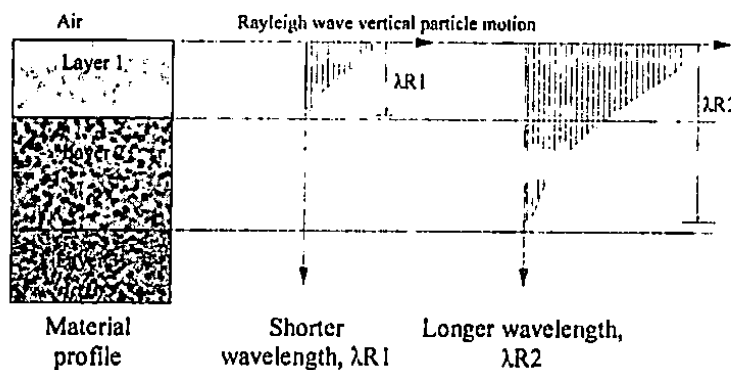
... (text is partially cut off) Pada kondisi ini, kecepatan gelombang R (V_R) dapat diukur

Dengan :

f = frekuensi dalam Hz

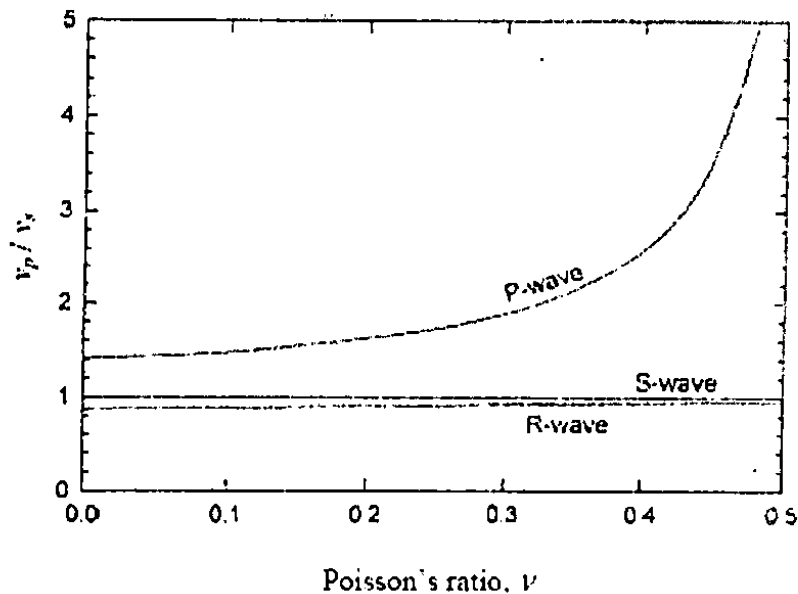
L_R = panjang gelombang R dalam m..

Frekuensi dan panjang gelombang merupakan fungsi proporsional terbalik, gelombang dengan frekuensi yang lebih rendah (dengan panjang gelombang yang lebih panjang) dapat masuk ke tanah lebih dalam dibandingkan gelombang berfrekuensi tinggi (dengan panjang gelombang pendek). Dengan kata lain, gelombang frekuensi rendah dapat memberikan informasi bahan untuk lapisan yang lebih dalam sedangkan frekuensi tinggi digunakan untuk lapisan di sekitar permukaan (Gambar 2.3).



Gambar 2.3. Sifat penetrasi gelombang R terhadap fungsi frekuensi dan panjang gelombang (Rosyidi et al. 2005)

Gelombang R merambat dalam kecepatan 86 hingga 95 % dari kecepatan gelombang S (Al Shayea 1994) untuk nilai rasio *Poisson* dari 0 ke 0.5. Gambar 2.4 menggambarkan rasio kecepatan gelombang R terhadap gelombang S. Secara umum, gelombang R memiliki nilai yang rendah dibandingkan gelombang S (kecepatan 1,00 hingga 1,05).



Gambar 2.4 Hubungan antara rasio V_p dan V_s terhadap rasio Poisson pada beberapa kecepatan gelombang seismik (Prakash 1981)

Gelombang R dicirikan sebagai mode natural atau dasar yang perambatannya pada permukaan sesuatu media dihasilkan oleh penggabungan gelombang P dan komponen tegak gelombang S (gelombang SV). Pada media dengan sistem yang berlapis dimana sifat elastik berubah sesuai dengan kedalaman, kecepatan gelombang R selanjutnya bergantung kepada frekuensi. Fenomena ini yang disebut sebagai dispersif (*dispersion*) yang telah banyak dianalisis pada akhir tahun 1940an sebagaimana dijelaskan secara terperinci oleh Ewing et al. (1957) dan Kramer (1994). Berdasarkan sifat dispersif inilah gelombang R digunakan sebagai media untuk mengevaluasi profil kekakuan bawah permukaan tanah melalui pengujian lapangan analisis spektrum gelombang permukaan atau dikenal sebagai metode SASW. Selain itu, pertimbangan lain penggunaan gelombang R dalam pengujian material adalah kemudahan gelombangnya untuk dihasilkan dan dideteksi pada permukaan bumi atau suatu media solid. Gelombang R pada frekuensi ultrasonik adalah digunakan untuk mendeteksi lokasi retak dan bentuk kerusakan lain (*imperfections*) dalam bahan contohnya pada struktur aluminum and komposit lamina (Kim et al. 2007), struktur beton terbakar (Colombo & Felliceti 2007) dan pengawasan kondisi struktur pada kabel yang digunakan untuk struktur beton precast (Bischoff et al. 2007), kabel optik (fiber optic) dan kabel tenaga (Bischoff et al.

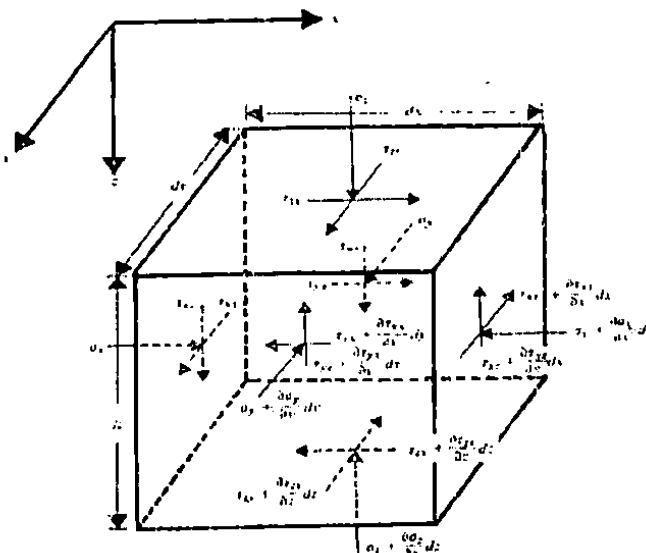
2007). Gelombang R berfrekuensi rendah dihasilkan dari peristiwa seismik yang digunakan oleh seismologi untuk pencitraan interior bumi (Yoshizawa & Kennett 2002; Spetzler et al. 2002; Xia et al. 2006; Erduran et al. 2007). Pada wilayah frekuensi menengah, gelombang R berguna dalam teknik geofisik dan geoteknik untuk karakteristik tanah. Metode seismik yang digunakan berbasis dispersif geometrik gelombang R dan penyelesaiannya menggunakan solusi inversi berbasis data seismik yang direkam melalui sumber gelombang aktif seperti beban berat dijatuhkan, pemukul atau palu, ledakan kecil bahkan beberapa peneliti menggunakan mikrotremor (Trifunac et al. 1999; Ulusay et al. 2004). Beberapa referensi mengenai teknologi berbasis gelombang R untuk menilai karakteristik tanah, beton dan perkerasan telah dijelaskan dalam Bab I. Metode seismik berbasis gelombang permukaan R sebagaimana dijelaskan di atas; memerlukan suatu teknik inversi untuk mengetahui perambatan gelombang R yang sebenarnya dari sifat dispersif dan interfensi gelombang lain apabila merambat pada media yang heterogen. Masalah ini melibatkan analisis numerik yang kompleks dan teknik inversi yang maju. Pembangunan algoritma teoritik yang menjadi dasar analisis numerik pada penerapan metode ini untuk sistem evaluasi perkerasan jalan berbasis spektrum gelombang permukaan dijelaskan secara umum dalam bagian di bawah ini.

B. Pendekatan Analisis Simpangan Gelombang R

Dasar analisis numerik perambatan gelombang R pada media berlapis didasarkan dari analisis simpangan gelombang (*displacement*) sebagai reaksi perambatan partikel dan energi dalam media pada (*solid*).

1. Persamaan Umum Gelombang R

Persamaan umum gelombang R diturunkan dari penurunan persamaan simpangan tiga dimensi (3 D) pada suatu sistem media padat yang ditransformasikan kepada bentuk potensial skalar (Φ) dan potensial vektor (Ψ) untuk memudahkan penurunan numeriknya. Ewing et al (1957) menyatakan bahwa fungsi potensial simpangan digunakan sebagai pemisah antara pengaruh dilatasi dan putaran dalam persamaan gerak 3 D. Untuk mendapatkan persamaan kecepatan gelombang Rayleigh perlu diasumsikan bahwa permukaan media sebagai daerah luasan persegi (*plane*) x-y dengan sumbu z ditetapkan



Gambar 2.4 Penurunan fungsi tegangan untuk model perambatan gelombang mekanik pada media yang elastic dan isotropik (Das 1993)

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz = 0 \quad (2.2)$$

Untuk sumbu y dan z dengan cara yang sama dapat diperoleh :

$$\left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) dx dy dz = 0 \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) dx dy dz = 0 \quad (2.4)$$

Persamaan di atas merupakan persamaan kesetimbangan partikel. Untuk menganalisis persamaan gerak pada sistem partikel, Norwood (1979) memberikan hubungan linear antara hukum kedua Newton mengenai gerak partikel terhadap persamaan (2.2) yang menurunkan persamaannya sebagai berikut:

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz = m a \quad (2.5)$$

dimana :

$$m = \text{berat elemen, sebagai } m = \rho (dx dy dz) \quad (2.6)$$

$\partial^2 u$

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz = \rho (dx dy dz) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \quad (2.7)$$

$$\rho \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

untuk persamaan gerak pada sumbu y dan z dapat dituliskan :

$$\rho \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad (2.9)$$

$$\rho \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \quad (2.10)$$

Berdasarkan persamaan dasar di atas, dapat diturunkan suatu fungsi yang menyatakan fungsi simpangan gelombang R dengan kecepatan gelombang P dan S. Fungsi simpangan di atas ditinjau pada arah x and z dinyatakan dalam fungsi potensial secara terpisah sebagai berikut :

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (2.11)$$

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (2.12)$$

Untuk persamaan dilatasi arah x-z ($\bar{\epsilon}$) dan perputaran pada luasan (*plane*) x-y ($\bar{\omega}_y$) dapat difungsikan dari u dan w sebagai berikut:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.13)$$

$$\bar{\epsilon} = \nabla^2 \Phi \quad (2.14)$$

$$2\bar{\omega}_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.15)$$

$$2\bar{\omega}_y = \nabla^2 \Psi \quad (2.16)$$

dimana ∇^2 merupakan fungsi *Laplace* yang menyatakan fungsi $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Dari

persamaan gerak pada arah x dan z (Persamaan 2.8 dan 2.10), dapat diturunkan menggunakan kemasukan fungsi potensial dan dilatasi sebagai :

$$\rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Psi^2}{\partial t^2} \right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Phi) + G \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Psi) \quad (2.18)$$

dan,

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = (\lambda + G) \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Phi) + G \nabla^2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \quad (2.19)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Psi^2}{\partial t^2} \right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \Phi) - G \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Psi) \quad (2.20)$$

Persamaan di atas dapat diselesaikan apabila kedua sisinya merupakan nilai yang sebanding, yang di untuk (Richart et al. 1970):

$$\rho \left(\frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} \right) = (\lambda + 2G) \nabla^2 \Phi \quad (2.21)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} \right) = V_p^2 \nabla^2 \Phi \quad (2.22)$$

dan,

$$\rho \left(\frac{\partial \Psi^2}{\partial t^2} \right) = G (\nabla^2 \Psi) \quad (2.23)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi^2}{\partial t^2} \right) = V_s^2 (\nabla^2 \Psi) \quad (2.24)$$

dimana diketahui bahwa :

$$V_p = \sqrt{\frac{(\lambda + 2G)}{\rho}} \quad (2.25)$$

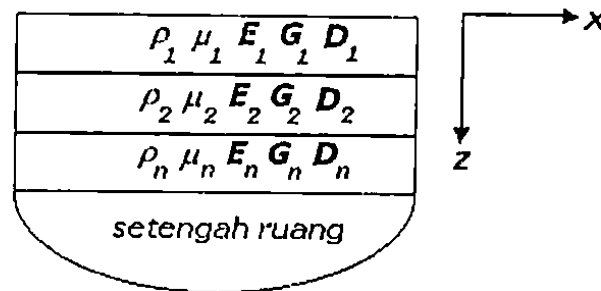
$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.26)$$

persamaan di atas menjelaskan adanya hubungan antara simpangan gelombang Rayleigh dengan fungsi kecepatan gelombang utama (V_p) dan geser (V_s), yang bergerak dalam suatu luasan secara horisontal.

2. Pendekatan Matrik Kekakuan untuk Perambatan Gelombang R dalam 2 D

Penyelesaian perambatan gelombang Rayleigh pada media yang berlapis (heterogen secara menegak), sebagaimana profil secara skematik ditunjukkan pada Gambar 2.5, dianggap bahwa setiap lapisan bersifat homogen dan isotropis, sedangkan beberapa

parameter bahan yang juga dianggap sama meliputi massa padat (ρ), rasio *Poisson* (μ), nilai modulus elastik (E) atau modulus geser (G) dan rasio peredaman (D).



Gambar 2.5 Profil media berlapis menegak dan homogenus mendatar (Rosyidi 2004)

Pada sistem yang berlapis dengan sifat elastik yang berubah terhadap kedalaman, kecepatan gelombang R bergantung kepada nilai frekuensi. Fenomenon ini yang disebut sebagai dispersif (*dispersion*) yang telah banyak dianalisis selama akhir tahun 1940an sebagaimana disimpulkan secara terperinci oleh Ewing et al. (1957) dan Menahem et al. (1981). Suatu kajian yang dilakukan oleh Kausel dan Roesset (1981) menghasilkan suatu persamaan simpangan gelombang pada media tanah yang diturunkan menggunakan pendekatan matrik dengan mengubah bentuk simpangan gelombang kepada hubungan vektor. Gerak harmonik partikel gelombang tubuh dengan frekuensi ω , fungsi dilatasi dan perputaran dapat dituliskan dalam unit vektor untuk gerak harmonik keadaan tetap (*steady-state*) sebagai berikut (Mera et al. 1991):

$$\bar{\epsilon} = A \exp \left[\frac{i\omega}{V_p} (V_p t - l'x - m'y - n'z) \right] \quad (2.27)$$

$$\bar{\omega} = B \exp \left[\frac{i\omega}{V_s} (V_s t - l''x - m''y - n''z) \right] \quad (2.28)$$

dimana A dan B merupakan nilai variabel acak yang mewakili besaran amplitude sedangkan nilai ekponensialnya merupakan fungsi dari kondisi keadaan tetap pada gerak harmonik gelombang dalam frekuensi (ω) (Aki dan Richards 1980). Selanjutnya, suatu vektor (l, m, n) dan vektor (l'', m'', n'') disusun untuk mewakili unit vektor yang menialakan perambatan gelombang P dan S (Gambar 2.7 dan 2.8) pada koordinat

kartesian. Mera et al (1991) merumuskan bentuk simpangan gelombang P dan S dalam unit vektor sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u_p &= A_p \ell f_p \\ v_p &= A_p m f_p \\ w_p &= A_p n f_p \end{aligned} \quad (2.29)$$

dan

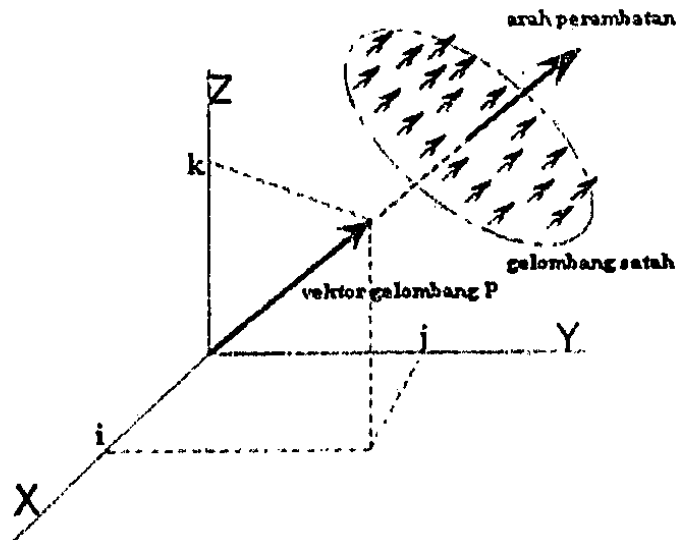
$$\begin{aligned} u_s &= (n' B_{ys} - m' B_{zs}) f_s \\ v_s &= (\ell' B_{zs} - n' B_{xs}) f_s \\ w_s &= (m' B_{xs} - \ell' B_{ys}) f_s \end{aligned} \quad (2.30)$$

dimana

$$f_p = \exp \left[\frac{i \omega}{V_p} (V_p t - \ell x - m y - n z) \right] \text{ dan } A_p = A \frac{i V_p}{\omega} \quad (2.31)$$

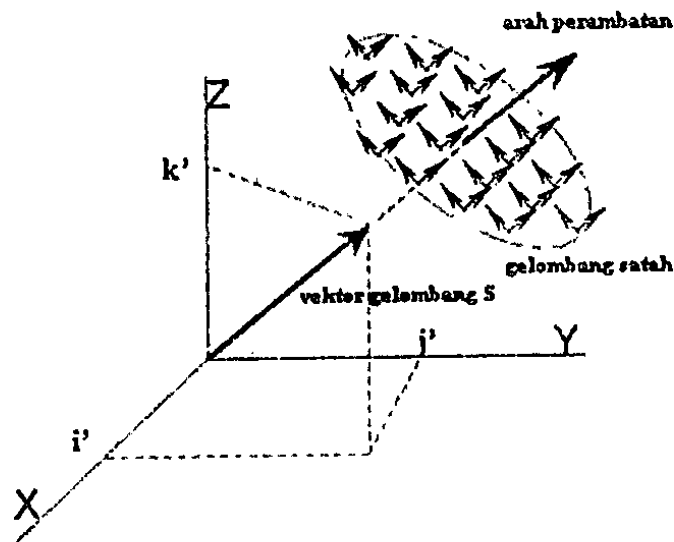
$$f_s = \exp \left[\frac{i \omega}{V_s} (V_s t - \ell' x - m' y - n' z) \right] \quad (2.32)$$

Persamaan 2.29 tersebut menunjukkan bahwa perambatan komponen gelombang P bergerak sepanjang arah perambatan gelombang luasan dengan amplitudo A_p dan kecepatan V_p . Vektor simpangan gelombang S selanjutnya disusun dengan komponen tegak lurus kepada sumbu z, yang merupakan sebuah komponen luasan (*plane*) yang tegak terhadap paksi z dan arah perambatan gelombangnya. Persamaan 2.30 menjelaskan bahwa perambatan komponen gelombang S adalah tegak lurus terhadap pergerakan gelombang bentuk luasan (*plane*). Kedua perambatan ini secara skematik vektor dijelaskan dalam Gambar 2.6 dan 2.7. Selanjutnya Mera et al. (1991) menyatakan kedua



Gambar 2.6 Analisis Bentuk Vektor Gelombang P (Rosyidi 2004)

Bentuk gabungan simpangan komponen gelombang P dan S pada arah perambatannya bergerak dalam bentuk luasan (arah xz), merupakan bentuk simpangan u dan w yang hanya bergantung kepada A_p dan A_{sv} saja dan mengarah kepada sebutan pergerakan luasan untuk keadaan gerak harmonik yang mantap dituliskan sebagai Persamaan 2.32 dan 2.33 (Mera et al. 1991 dan Gucunski 1991). Simpangan v sendiri hanya bergantung kepada A_{SH} saja dan mengarah pergerakan di luar gerak luasan.



$$u = \left[\ell A'p \exp\left(-\frac{i\omega}{V_p}nz\right) + \ell A_p \exp\left(\frac{i\omega}{V_p}nz\right) + n'A'sv \exp\left(-\frac{i\omega}{V_s}n'z\right) - n'A'sv \exp\left(\frac{i\omega}{V_s}n'z\right) \right] F(x,t) \quad (2.32)$$

$$w = \left[n A'p \exp\left(-\frac{i\omega}{V_p}nz\right) - n A_p \exp\left(\frac{i\omega}{V_p}nz\right) - \ell'A'sv \exp\left(-\frac{i\omega}{V_s}n'z\right) - \ell'A'sv \exp\left(\frac{i\omega}{V_s}n'z\right) \right] F(x,t) \quad (2.33)$$

dimana

$A'p$ dan $A'sv$ = amplitudo gelombang P dan SV yang merambat kepada arah positif sumbu z

$F(x,t)$ = nilai gerak harmonik gelombang dalam keadaan mantap serta beberapa anggapan parameter gelombang untuk media yang tiap lapisannya bersifat homogen dan isotropis (Gambar 2.5), dimana $\frac{\omega l}{V_p} = \frac{\omega l'}{V_s} = k$

dengan $l' = \frac{V_s}{V_p} l$.

Pada kondisi di permukaan media, pada $z = 0$, tegangan yang bekerja adalah σ_z dan τ_{xz} (Persamaan 2.10) dan berreferensi kepada asumsi bahwa nilai ℓ adalah tetap dan ω , A_p , $A'p$, A_{sv} dan $A'sv$ dianggap sebagai konstanta serta diketahui bahwa :

$$r = \frac{in}{l} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{kV_p}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_p}\right)^2} \text{ dan} \\ s = \frac{in'}{l'} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{kV_s}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_s}\right)^2} \quad (2.34)$$

Maka simpangan dan tegangan di atas dapat disusun kembali dalam bentuk matrik sebagai pendekatan untuk memperoleh penyelesaian dari hubungan parameter-

$$\begin{bmatrix} U \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ i\omega \\ \tau_{xz} \\ i\sigma_z \end{bmatrix} = T E_{(z)} A \exp [i(\omega t - kx)] \quad (2.35)$$

disini,

$$T = \begin{bmatrix} 1 & s & 1 & -s \\ -r & -1 & r & -1 \\ 2kGr & kG(1+s^2) & -2kGr & kG(1+s^2) \\ -kG(1+s^2) & -2kGs & -kG(1+s^2) & 2kGs \end{bmatrix}$$

$$E_{(z)} = \text{Diag} [e^{krz}, e^{ksz}, e^{-krz}, e^{-ksz}]$$

$$A = \left[\frac{kV_p}{\omega} A_p, \frac{ikV_s}{\omega} A_{sv}, \frac{kV_p}{\omega} A'_p, \frac{ikV_s}{\omega} A'_{sv} \right]^T$$

Pada permukaan media ($z = 0$) suatu lapisan j , dianggap bahwa nilai $E_{(0)}$ sebagai matrik identitas dan dengan menghilangkan sebutan $\exp [i(\omega t - kx)]$, maka diperoleh hubungan nilai amplitudo gelombang R terhadap tegangan dan simpangan sebagai :

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ S_0 \end{bmatrix}_j = T_j \begin{bmatrix} A_j \\ A'_j \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

dan fungsi simpangan dan tegangan di bawah lapisan, $z = h$, dinyatakan sebagai :

$$\begin{bmatrix} U_h \\ S_h \end{bmatrix}_j = T_j E \begin{bmatrix} A_j \\ A'_j \end{bmatrix} = T_j E T_j^{-1} \begin{bmatrix} U_0 \\ S_0 \end{bmatrix}_j = H_j \begin{bmatrix} U_0 \\ S_0 \end{bmatrix}_j \quad (2.37)$$

dimana H_j diterjemahkan sebagai matrik perpindahan (*transfer matrix*) suatu lapisan media (Thompson, 1950 dan Haskell, 1953). Untuk menggunakan metode matrik perpindahan sebagai penyelesaian persamaan perambatan gelombang R di media yang berlapis, perlu diambil anggapan bahwa tidak ada perambatan gelombang yang melalui ruang tak hingga di sumbu z positif ($A'_1 = 0$) dan tidak adanya energi gelombang

disalurkan di permukaan. Suatu *nontrivial solution* dari hubungan di atas dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{bmatrix} A_p \\ A_{sv} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} u_1^0 \\ w_1^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

dimana matrik R adalah 4×4 , dan

$$\det [R_{21}] = 0 \quad (2.39)$$

Persamaan di atas dikenal sebagai persamaan dispersif yang digunakan sebagai dasar penurunan dan aplikasi numerik untuk menganalisis gelombang permukaan pada media berlapis. Ini disebabkan oleh adanya elemen pada matrik R adalah fungsi transeden dalam nomor gelombang dan domain frekuensi. Penjelasan lebih terperinci kepada pada kondisi di atas dapat merujuk kepada Bath (1968), Nazarian (1984), Gucunski (1991) dan Mera et al (1991). Keunggulan pendekatan metode ini hanya mampu menyelesaikan permasalahan selama analisis berangka persamaan serakan gelombang dilakukan dengan wilayah frekuensi rendah (Gucunski 1991), misalnya untuk stratifikasi tanah yang relatif homogen. Gucunski (1991) juga menambahkan bahwa penggunaan metode matrik perpindahan pada media berlapis lebih bersesuaian kepada analisis perambatan gelombang pada profil media yang sifat-sifat kekakuan di antara lapisan-lapisannya tidak jauh berbeda. Joh (1996) menjelaskan bahwa matrik perpindahan hanya mampu menilai beberapa mode dari sebuah jenis gelombang yang merupakan bagian terpenting dalam memahami masalah asas perambatan gelombang. Namun demikian, jika pemisahan antara mode fundamental dan mode tinggi pada pengukuran SASW tidak memungkinkan dilakukan, maka teori mode perambatan gelombang ini menjadi tidak berarti dalam penilaian hasil SASW.

Pendekatan alternatif lainnya untuk menurunkan persamaan dispersif adalah dengan menggunakan matrik kekakuan (*stiffness matrix*). Matrik kekakuan ini mampu menghubungkan antara energi dan simpangan di permukaan atas dan bagian bawah suatu lapisan dalam domain frekuensi dan nomor gelombang menggunakan parameter kekakuan bahan yang dilaluinya. Melalui berbagai penyempurnaan oleh Kausel dan Rössset (1981), pendekatan matrik kekakuan diperoleh dari bentuk inversi partial dari

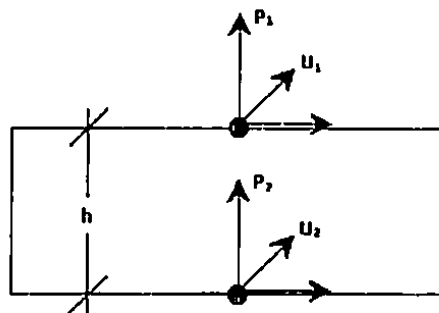
kekakuan dinamik ini dengan menuliskan persamaan untuk respon sistem berlapis terhadap unit beban tegak. Matrik kekakuan dinyatakan dari proses inversi Persamaan 2.69 yang dinyatakan sebagai :

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_{11} \cdot H_{12}^{-1} & H_{12}^{-1} \\ H_{22} \cdot H_{12}^{-1} \cdot H_{11} \cdot -H_{21} & -H_{22} \cdot H_{12}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0 \\ U_h \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Jika tegangan di atas (S_0) dan di bawah (S_h) lapisan disebutkan sebagai vektor beban luar atas (P_1) dan bawah (P_2) dan hasil inversi matrik perpindahan disebut sebagai nilai K serta $U_0 = U_1$ dan $U_h = U_2$, maka secara ringkasnya dapat dituliskan:

$$P = K U \quad (2.41)$$

dengan, K = matrik kekakuan dinamik lapisan dalam frekuensi dan nomor gelombang tertentu. Secara skematik bisa digambarkan dalam rangkai vektor berikut ini (Gambar 2.8).



Gambar 2.8. Skematik beban luar sebagai tegangan dan perpindahan pada suatu lapisan (Rosyidi et al. 2005)

Kausel dan Rösset (1981) merumuskan penyelesaian bentuk matrik kekakuan untuk gelombang P dan SV untuk koordinat kartesian dan silinder dalam bentuk persamaan tepat (*exact*) dan diskrit (*discrete*). Matrik kekakuan tepat disusun berdasarkan kepada

$$K_{11} = \frac{1-s^2}{2D} \begin{bmatrix} \frac{1}{s}(C^r S^s - rsC^s S^r) & -(1-C^r S^s + rsS^r S^s) \\ -(1-C^r S^s + rsS^r S^s) & \frac{1}{r}(C^s S^r - rsC^r S^s) \end{bmatrix} - \frac{1+S^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$K_{12} = \frac{1-s^2}{2D} \begin{bmatrix} \frac{1}{s}(rsS^r - S^s) & -(C^r - C^s) \\ C^r - C^s & \frac{1}{r}(rsS^2 - S^r) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$K_{22} = K_{11} \text{ dengan tanda daripada diagonal tertutupnya dirubah} \quad (2.45)$$

$$K_{21} = K_{12}^T \quad (2.46)$$

sedangkan untuk matrik kekakuan bentuk setengah ruang terbuka ke bawah (*opening downward*):

$$K = 2kG \left[\frac{1-s^2}{2(1-rs)} \begin{Bmatrix} r & 1 \\ 1 & s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{Bmatrix} \right] \quad (2.47)$$

untuk setengah ruang ke terbuka atas (*opening upward*), berbalik bagian diagonal tertutupnya, dengan :

$$C^r = \cosh krh$$

$$S^r = \sinh krh$$

$$C^s = \cosh ksh$$

$$S^s = \sinh ksh$$

$$D = 2(1 - C^r C^s) + \left(\frac{1}{rs} + rs \right) S^r S^s$$

h = tebal lapisan

G = modulus ricih

Jika tebal lapisan adalah bernilai relatif kecil terhadap panjang gelombangnya, maka dimungkinkan untuk melinierkan fungsi-fungsi transendennya dengan menempatkan simpangan dalam arah tegak. Selanjutnya penyelesaian tegangan dan simpangan ditulis ke dalam bentuk ekspresi analitik tepat pada arah horisontal dan bentuk ekspresi polinomial sederhana dalam arah tegak sebagaimana disarankan dalam Kausel dan Rösset (1981) dan Mera et al. (1991). Matrik kekakuan untuk penyelesaian diskrit bagi suatu lapisan dan bentuk setengah ruang dapat dinyatakan dalam susunan:

$$K_m = A_m k^2 + B_m k + G_m - \omega^2 M_m \quad (2.48)$$

disini,

$$A = \frac{h}{6} \begin{Bmatrix} 2(\lambda+2G) & \cdot & \cdot & \lambda+2G & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2G & \cdot & \cdot & G & \cdot \\ \cdot & \cdot & 2G & \cdot & \cdot & G \\ \lambda+2G & \cdot & \cdot & 2(\lambda+2G) & \cdot & \cdot \\ \cdot & G & \cdot & \cdot & 2G & \cdot \\ \cdot & \cdot & G & \cdot & \cdot & 2G \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

$$B = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \cdot & \cdot & \lambda-G & \cdot & \cdot & -(\lambda+G) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \lambda-G & \cdot & \cdot & \lambda+G & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \lambda+G & \cdot & \cdot & -(\lambda-G) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -(\lambda+G) & \cdot & \cdot & -(\lambda-G) & \cdot & \cdot \end{Bmatrix} \quad (2.50)$$

$$G = \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} G & \cdot & \cdot & -G & \cdot & \cdot \\ \cdot & G & \cdot & \cdot & -G & \cdot \\ \cdot & \cdot & \lambda+2G & \cdot & \cdot & -(\lambda+2G) \\ -G & \cdot & \cdot & G & \cdot & \cdot \\ \cdot & -G & \cdot & \cdot & G & \cdot \\ \cdot & \cdot & -(\lambda+2G) & \cdot & \cdot & \lambda+2G \end{Bmatrix} \quad (2.51)$$

$$M = \frac{\rho h}{6} \begin{Bmatrix} 2 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 2 & \cdot & \cdot & 1 \\ 1 & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & 2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & 2 \end{Bmatrix} \quad (2.52)$$

dengan,

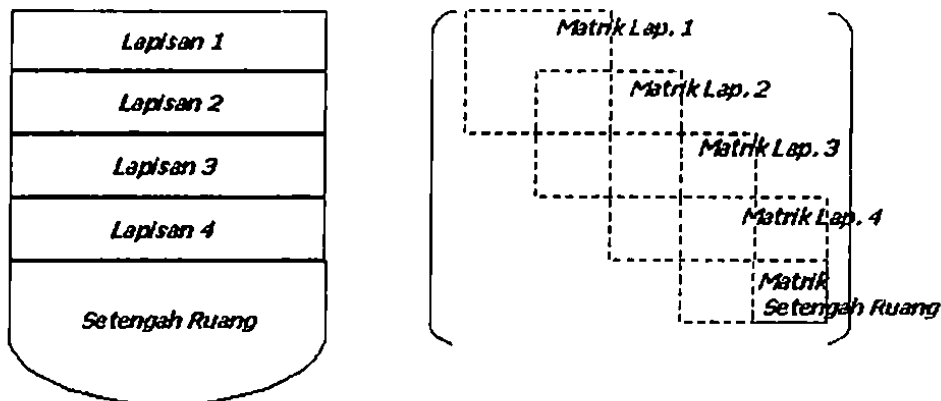
λ = malar Lamé

G = modulus ricih

ρ = ketumpatan jisim

h = ketebalan lapisan

Apabila metode ini diterapkan kepada sistem yang lebih daripada satu jenis lapisan, maka perlu disusun suatu matrik global. Matrik global kekakuan disusun secara berangkai pada setiap node di muka lapisan satu kepada lapisan lainnya sehingga kepada lapisan tak terhingga atau setengah ruang (*half-space*). Gambar 2.9 menampilkan suatu contoh susunan matrik global profil media berlapis dengan masing-masing lapisan merupakan matrik kekakuan 4 x 4.



Gambar 2.9. Model matrik global perpindahan dan kekakuan untuk profil berlapis

Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai simpangan untuk vektor beban luar $P(x,z,t)$ yang diberikan terhadap sistem berlapis dapat diselesaikan dengan menguraikan kepada komponennya dalam pengubah Fourier, menjadi :

$$\bar{P}(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x, z, t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.53)$$

$$\bar{P}(k, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x, z, \omega) e^{-ikx} dx \quad (2.54)$$

selanjutnya simpangan pada domain $k-\omega$ dapat diselesaikan dengan persamaan :

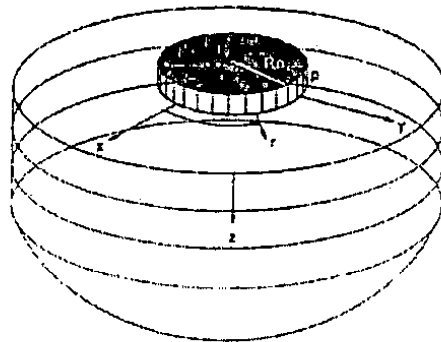
$$\bar{U}(k, z, \omega) = K^{-1} \bar{P}(k, z, \omega) \quad (2.55)$$

simpangan dalam domain frekuensi-ruang, $\bar{U}(x,z,\omega)$, dan simpangan sebenar dalam domain ruang-ruang $U(x,z,t)$ dikira menggunakan pasangan transformasi Fourier

$$U(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{U}(x, z, \omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.57)$$

3. Pendekatan Matrik Kekakuan untuk Perambatan Gelombang R dalam 3 D

Kausel dan Peak (1982) mengusulkan suatu penyelesaian analitik untuk gerak balas pada sensor gelombang yang diletakkan pada jarak yang berubah-ubah dengan sumber gelombang vertikal. Dalam kajiannya dimodelkan sebuah punca beban berpermukaan bulat yang menghasilkan gelombang permukaan berbentuk muka gelombang silinder dan gelombang tubuh berbentuk muka gelombang hemisfera. Apabila sumber mekanik gelombang transient diberikan pada permukaan media, gelombang akan merambat dengan membentuk luasan bulatan yang kecil. Sistem yang dibentuk adalah berasaskan ruang setengah bulatan dengan permukaan lapisan teratas berbentuk lingkaran berkoordinat silinder yang berdimensi 3, sebagaimana dijelaskan dalam Gambar 2.10.



Gambar 2.10. Model penyelesaian analisis 3 dimensi untuk media berlapis (Gucunski 1991)

Dalam analisisnya, penyelesaian sistem ini mampu menggabungkan seluruh komponen gelombang tegangan yang juga dikenali dengan bentuk penyelesaian 3 dimensi (3 D). Susunan umum perpindahan gelombang dan tegangan model 3 D pada lapisan permukaan suatu media dalam sistem koordinat silinder dinyatakan sebagai (Mera et al. 1991):

$$\begin{bmatrix} \bar{U} \\ \bar{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_n & \cdot \\ \cdot & C_n \end{bmatrix}^T E(z) A \exp(i\omega t) \quad (2.58)$$

di sini $T E(z)$ dan A adalah susunan matrik sebagai

$$T = \begin{bmatrix} 1 & s & 1 & -s \\ -r & -1 & r & -1 \\ 2kGr & kG(1+s^2) & -2kGr & kG(1+s^2) \\ -kG(1+s^2) & -2kGs & -kG(1+s^2) & 2kGs \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

$$E(z) = \text{Diag} [ekrz, eksz, e-krz, e-ksz] \quad (2.60)$$

$$A = \left[\frac{kV_p}{\omega} A_p, \frac{ikV_s}{\omega} A_{sv}, \frac{kV_p}{\omega} A'_p, \frac{ikV_s}{\omega} A'_{sv} \right]^T \quad (2.61)$$

$C_n = C_n(kr)$, adalah merupakan fungsi silinder pada peringkat n dan juga merupakan jenis (kind) pertama, kedua atau ketiga dari fungsi transformasi Bessel atau Neumann atau Hankel. Faktor C_n merupakan bentuk matrik pada nomor gelombang dan nilai jari-jari yang dinyatakan sebagai (Kausel & Rössset, 1981):

$$C_n(kr) = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_n}{\partial kr} & \frac{n}{kr} C_n & \cdot \\ \frac{n}{kr} C_n & \frac{\partial C_n}{\partial kr} & \cdot \\ \cdot & \cdot & -C_n \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Persamaan 10 di atas adalah pengembangan dari persamaan dasar sistem simpangan dan beban dinamik sebagaimana dijelaskan dalam Persamaan 1. Penyelesaian model 3 D bentuk simetri searah (axisymmetric) dapat dinyatakan dalam silinder koordinat yang nilai tegangan dan perpindahan pada permukaan yang horisontal dirumuskan dalam seri Fourier pada arah perputaran (θ) dan fungsi silinder pada arah radial (r). Seterusnya vektor beban (mewakili fungsi tegangan) pada permukaan media dapat dinyatakan dalam domain frekuensi-nomor gelombang yang ditransformasikan dari domain ruang sebagai :

$$\overline{Ps}_{(k,n)} = a_n \int_{r=0}^{\infty} r \cdot C_n \int_{\theta=0}^{2\pi} D_n Ps_{(r,\theta)} d\theta dr \quad (2.63)$$

disini,

$\overline{Ps}_{(k,n)}$ = vektor beban dalam domain frekuensi dan nomor gelombang

$P_s(r, \theta)$ = vektor beban dalam domain ruang yang komponennya dinyatakan dalam arah radial/jari-jari, tangen dan vertikal/tegak.

Faktor a_n bernilai $\frac{1}{2\pi}$ untuk $n = 0$ dan $\frac{1}{\pi}$ untuk $n \neq 0$,

$D_n(n, \theta)$ = matrik $[\cos n \theta, -\sin n \theta, \cos n \theta]^T$ untuk susunan simetri dan $[\sin n \theta, \cos n \theta, \sin n \theta]$ untuk susunan anti simetri.

Gucunski (1991) mengambil bentuk fungsi Bessel (J_n) dari transformasi Hankel untuk menyatakan parameter C_n , selanjutnya bentuk matriknya dituliskan sebagai:

$$C_n(kr) = \begin{bmatrix} \frac{i}{k} \left[\frac{\partial J_{n(kr)}}{\partial r} \right] & \frac{n}{kr} J_{n(kr)} & \cdot \\ \frac{n}{kr} J_{n(kr)} & \frac{1}{k} \left[\frac{\partial J_{n(kr)}}{\partial r} \right] & \cdot \\ \cdot & \cdot & -J_{n(kr)} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Jenis pertama fungsi Hankel (H_k) tingkat n digunakan untuk memodelkan perambatan gelombang dari ruang tak terhingga (infinite) menuju permukaan asal (origin). Manakala jenis kedua fungsi Hankel tingkat n digunakan untuk menganalisis pergerakan gelombang dari pusat kawasan (center region) menuju ke medan yang jauh (far field). Apabila diambil asumsi bahwa beban, $P_s(r, \theta)$, yang terjadi di permukaan sebagai beban tegak yang sama/seragam (P_0) yang membentuk luasan bulat dengan jari-jari (R_0) dan hanya bagian Fourier yang simetri saja yang bernilai nol ($n = 0$), maka bentuk beban dalam nomor gelombang dinyatakan sebagai (Gucunski, 1991):

$$\overline{P_s} = -P_0 \int_{r=0}^{r=R_0} r \cdot J_0(kr) dr = -\frac{P_0 \cdot R_0}{k} J_1(kR_0) \quad (2.65)$$

disini, P_0 = beban tegak sama/seragam membentuk luasan bulat pada sistem.

Perpindahan gelombang horizontal, $u(k)$, dan vertikal, $w(k)$, dapat ditentukan menggunakan hubungan persamaan beban dan matrik kekakuan sebagai :

$$\overline{U_s} = K^{-1} \overline{P_s} \quad (2.66)$$

Dalam domain ruang, inversi transformasi Hankel diperlukan untuk menyusun perpindahan berdasarkan nomor gelombang pada arah perputaran. Persamaan umumnya

$$U_{s(r,\theta)} = \sum_{n=0}^{\infty} D_{(n\theta)} \int_{k=0}^{\infty} k C_{n(kr)} \overline{U}_{s(k,n)} dk \quad (2.67)$$

dimana $U_{s(r,\theta)}$ mewakili perpindahan pada domain ruang dan $\overline{U}_{s(k,n)}$ merupakan nilai perpindahan untuk domain nomor gelombang. Tambahan lagi, Gucunski (1991) menjelaskan hanya komponen perpindahan u dan w saja yang masih tetap dalam kasus simetri searah. Oleh karena itu, baris dan lajur kedua daripada matrik D dan C_n boleh diabaikan. Perpindahan pada permukaan media dirumuskan dalam :

$$\begin{bmatrix} u_{so(r)} \\ w_{so(r)} \end{bmatrix} = \int_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \frac{\partial J_0(kr)}{\partial r} & 0 \\ 0 & -kJ_0(kr) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{o(k)} \\ w_{o(k)} \end{bmatrix} dk \quad (2.68)$$

Oleh kerana hanya paramater perpindahan vertikal saja yang digunakan dalam teknik SASW, maka persamaan di atas hanya dituliskan sebagai (Gucunski 1991):

$$w_{so(r)} = - \int_{k=0}^{\infty} k J_0(kr) w_o(k) dk = - P_o R_o \int_{k=0}^{\infty} J_1(kR_o) J_0(kr) w_o(k) dk \quad (2.69)$$

dan bentuk diskritnya dituliskan dalam :

$$w_{so(r)} = - \frac{i\pi q R}{2} \sum_{i=1}^{2N} \frac{(\phi_z^{(i)})^2 J_1(k_i R_1) H_0^{(2)}(k_i r)}{k_i} \quad (2.70)$$

C. Aplikasi Cooley-Tukey untuk Analisis Spektrum Gelombang R

Tahapan terpenting dalam metode SASW adalah analisis dan intepretasi data gelombang permukaan dari hasil perekaman di lapangan. Data gelombang permukaan berdomain waktu diterima dalam bentuk digital melalui suatu unit akuisisi, seterusnya melalui proses *fast Fourier transform* (FFT) atau transformasi Fourier cepat menggunakan algoritma Cooley-Tukey (Cooley & Tukey 1965; Brillinger 2002) ditampilkan dalam beberapa bentuk spektrum berdomain frekuensi. Proses FFT merupakan analisis sinyal berdomain waktu dalam bentuk diskrit (*discrete time signals*, DTS) kepada satu seri fungsi sinus dan kosinus, yang disebut sebagai sinyal berdomain frekuensi dalam bentuk diskrit (*discrete Fourier transform*, DFT). Algoritma Cooley-Tukey menyatakan ulang fungsi *discrete Fourier transform* (DFT) pada ukuran komposit random $N = N_1 N_2$ untuk tinjauan DFTs yang lebih kecil untuk ukuran N_1 dan N_2 secara berulang, yang digunakan untuk mengurangkan waktu komputasi komposit N yang tinggi (lebih anaka terperinci)

Terdapat beberapa keuntungan dalam penggunaan DFT untuk pemrosesan sinyal gelombang seismik, yaitu proses analisis yang lebih strategis, memiliki fasilitas spektrum dalam melakukan interpretasi, lebih unggul dalam karakteristik sistem sinyal dan memiliki algoritma yang efisien (Santamarina & Fratta 1998). Beberapa analisis spektrum gelombang berbasis DFT yang penting yang digunakan dalam metode SASW adalah spektrum-auto density (*autospectral density*), fungsi perpindahan (*transfer function*) berbasis fase dan fungsi koheren (*coherence*).

Spektrum-auto density, $G_{xx}(f)$, didefinisikan sebagai hasil perkalian spektrum linear, $S_x(f)$ dan bilangan kompleksnya, $S^*x(f)$, yaitu:

$$G_{xx}(f) = S_x(f) \cdot S^*x(f) \quad (2.71)$$

disini $S_x(f)$ adalah spektrum linear yang merupakan bentuk sederhana dari transformasi Fourier dari sinyal $x(t)$ dalam domain waktu. Spektrum ini merupakan fungsi kompleks yang dapat diwakili oleh bagian nyata dan imajiner atau dengan nilai magnitudo dan fase. Secara matematik, persamaan spektrum linier dapat dituliskan dalam bentuk:

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt \quad (2.72)$$

Spektrum tenaga auto merupakan bentuk nyata dan fungsi positif yang dapat dinyatakan sebagai kuasa getaran dalam fungsi frekuensi gelombang yang dihasilkan.

Fungsi perpindahan, $H(f)$, merupakan perbandingan nilai output terhadap input spektrum linier gelombang, yang dinyatakan dalam bentuk:

$$H(f) = \frac{S_y(f)}{S_x(f)} \quad (2.73)$$

Fungsi perpindahan juga dikenali sebagai fungsi reaksi frekuensi. Jika kedua-dua spektrum linier output dan input melibatkan bilangan kompleks, maka persamaan di atas merupakan fungsi dari spektrum tenaga silang (G_{yx}) dan tenaga autonya (G_{xx}), yang dapat ditulis sebagai :

$$H(f) = \frac{G_{yx}(f)}{G_{xx}(f)} = \frac{A_2}{A_1} \{ \cos(\phi_2 - \phi_1) + i \sin(\phi_2 - \phi_1) \} \quad (2.74)$$

disini ($\phi_2 - \phi_1$) adalah perbedaan nilai fase diantara dua komponen gelombang yang ditentukan oleh sudut fase yang diperoleh dari kedua sensor gelombang. Selanjutnya data ini dapat digunakan untuk menghitung kecepatan fase dalam pembuatan kurva penyebaran lapangan dari pengukuran SASW (Joh 1996) dan sifat pelemahan suatu sistem linier (Gucunski 1991).

Fungsi koheren didefinisikan sebagai perbandingan tenaga output yang disebabkan oleh input terhadap seluruh output yang diukur. Fungsi ini dinyatakan sebagai:

$$\gamma^2(f) = \frac{[G_{yx}(f) \cdot G_{yx}^*(f)]}{[G_{xx}(f) \cdot G_{yy}(f)]} \quad (2.75)$$

disini $\gamma^2(f)$ adalah nilai koheren yang digunakan untuk mengenal pasti korelasi terbaik diantara sinyal input dan output. Nilai koheren ditetapkan sebagai nomor nyata diantara 0 – 1. Stokoe et al. (1994) menjelaskan bahwa nilai koheren 1 didefinisikan sebagai nilai perbandingan tertinggi penggabungan diantara sinyal sedangkan nilai yang lebih rendah daripada 1 menunjukkan penurunan kualitas sinyal. Al Hunaidi (1992) menyatakan bahwa nilai koheren yang boleh digunakan sebagai parameter pengukuran bagi sinyal yang baik bernilai lebih dari 0.98. Meskipun demikian, nilai koheren yang rendah tidak hanya sepenuhnya disebabkan oleh kualitas korelasi yang rendah di antara sinyal. Terdapat beberapa faktor lainnya seperti resolusi lebar jalur frekuensi yang rendah dan sinyal masukan yang berganda (Nazarian, 1984) yang menyebabkan nilai koheren yang rendah.

D. Analisis Kecepatan Gelombang Rayleigh

Metode perbedaan fase (*phase different method*) adalah cara yang dipakai untuk menghitung kecepatan gelombang menggunakan waktu pergerakan gelombang. Waktu pergerakan gelombang (t) boleh dihitung daripada nilai beda fase (ϕ) dari kedua sensor menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\phi = 2\pi f_0 t \quad (2.76)$$

$$t = \frac{\phi}{2\pi f_0} \quad (2.77)$$

0.1.1.1. Bila jarak antara dua sensor (Δ) ditetapkan maka kecepatan fase (V_p) dan

$$V_{PH} = \frac{d}{t_1} = f_0 \cdot \lambda \quad (2.78)$$

$$\lambda = \frac{d}{\phi/2\pi} \quad (2.79)$$

Beda fase boleh diperolehi melalui hasil transformasi Fourier terhadap perpindahan gelombang dalam spektrum fungsi perpindahan berunit sudut fase untuk setiap nilai frekuensi yang dihasilkan.

E. Analisis Modulus Elastisitas Bahan dari Data Gelombang

Berasaskan teori teknik perambatan gelombang, modulus geser maksimum bahan bagi regangan di bawah 0.0003 % dapat ditentukan dari kecepatan perambatan gelombang geser sebagai (Kramer 1996):

$$G = \rho V_s^2 \quad (2.80)$$

disini, ρ adalah berat jenis, diperolehi daripada $\frac{\gamma_t}{g}$, dimana γ_t adalah berat unit bahan dan g merupakan nilai gravitasi. Modulus elastik bahan juga dapat dihitung menggunakan nilai kecepatan gelombang apabila nisbah Poisson (ν) bahan diketahui. Berasaskan teori elastik (Yoder & Witzak 1973), modulus elastik (E) dapat ditentukan sebagai :

$$E = 2 G (1 + \nu) = 2 \rho V_s^2 (1 + \nu) \quad (2.81)$$

F. Analisis Koefisien Pengurangan dan Rasio Peredaman dari Gelombang Permukaan

Faktor rasio peredaman (*damping ratio*) sesuatu bahan berperanan untuk merendahkan amplitudo gelombang yang dikenali sebagai pengurangan gelombang (*attenuation*). Energi elastik gelombang berkurang searah dengan penambahan jarak perambatan yang disebabkan oleh pengurangan amplitudo gelombang tegangan. Amplitudo gelombang R

menyusut dengan rasio $\frac{1}{\sqrt{r}}$ pada perambatan gelombang silinder sedangkan gelombang

P dan S masing-masing menyusut dengan $\frac{1}{r}$ dan $\frac{1}{r^2}$ pada perambatan gelombang

hemisfera. Nilai gelombang yang menyusut di atas berlaku pada media perambatan di

permukaan atau di dalam suatu media. Keadaan ini dapat digunakan untuk memastikan sifat pengurangan dan pelemahan suatu bahan berdasarkan jarak penerimaan gelombang (r). Richart et al. (1970) dan Das (1993) menulis bahwa koefisien pengurangan ini dapat dinyatakan menggunakan persamaan Bornitz :

$$\frac{w_2}{w_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^n \exp^{-\alpha(r_1-r_2)} \quad (2.82)$$

dengan,

w_1 = amplitudo getaran pada jarak r_1 daripada sumber gelombang

w_2 = amplitudo getaran pada jarak r_2 daripada sumber gelombang

n = faktor pengurangan yang tergantung kepada jenis gelombang

α = koefisien pengurangan

Koefisien pengurangan dari suatu bahan bergantung kepada jenis bahan dan frekuensi getaran. Nilai estimasi koefisien pengurangan dapat ditentukan dengan kecepatan gelombang R (V_R), frekuensi getaran atau gelombang (f) dan faktor rasio pelemahan (ξ) sebagai:

$$\alpha = \frac{2\pi f \xi}{V_R} \quad (2.83)$$

Dari hubungan di atas, koefisien pengurangan bersifat linier positif terhadap frekuensi getaran dan merupakan fungsi inversi terhadap proporsi kecepatan gelombang R . Alternatif lainnya, terdapat parameter koefisien tak dipengaruhi frekuensi (Athanasopoulos et al., 2000) yang merupakan penyifatan rasio pengurangan geomterik bahan dan dinyatakan dalam bentuk:

$$\alpha_0 = \frac{\alpha}{f} = \frac{2\pi \xi}{V_R} \quad (2.84)$$

dengan α_0 adalah koefisien pengurangan tak dipengaruhi frekuensi.

G. Analisis Perencanaan Tebal Perkerasan

Perencanaan tebal perkerasan secara garis besarnya terdiri atas perencanaan yang mengikuti metoda empiris dan metoda analitis. Metoda empiris mendasarkan formulasi metodenya dari hasil-hasil pengamatan pada jalan percobaan dengan memberikan variasi pada ketebalan, lalu lintas, bahan pembentuk perkerasan, dan lain-lain yang kemudian menjadi parameter perencanaan dalam metoda empiris yang dibuat. Sedangkan untuk metoda analitis, perilaku dari bahan pembentuk perkerasan didasarkan pada asumsi sebagai bahan teknik sipil lainnya dimana respons bahan terhadap beban diberikan dalam parameter regangan dan tegangan. Dalam metoda analitis sifat-sifat bahan pembentuk perkerasan diberikan dalam parameter Modulus Elastisitas (E) dan *Poisson's ratio* (μ). Pada saat ini di dalam teknik jalan (*highway engineering*) yang bersifat praktis penggunaan metoda empiris di dalam perencanaan tebal perkerasan jalan masih berlaku luas. Sebagai contoh metoda-metoda perencanaan tebal perkerasan yang diformulasikan di Amerika Serikat seperti *AASHTO* dan *The Asphalt Institute* masih mendasarkan teoriya pada metoda empiris. Begitu juga halnya dengan metoda perencanaan yang dipakai di Inggris (*Road Notes 29 dan 31*) serta Australia (*Austroad*) juga mendasarkan pada metode empiris.

Dalam kasus penelitian ini dimana juga dibangun jalan percobaan di lokasi Universitas Muhammadiyah Yogyakarta (UMY), perencanaan tebal perkerasannya didasarkan pada metoda empiris AASHTO'93. Metoda ini merupakan metoda legal yang dikeluarkan oleh AASHTO pada tahun 1993. Secara umum kriteria perencanaan yang diakomodasi pada metoda ini adalah antara lain lalu lintas, faktor lingkungan, kekuatan bahan pembentuk perkerasan, kekuatan struktural lapisan perkerasan, dll. Secara singkat metoda AASHTO'93 ini mendasarkan perencanaannya pada persamaan di bawah ini yang didapat dari hasil pengamatan dari jalan percobaan di Amerika Serikat yang lebih dikenal sebagai jalan percobaan AASHO pada tahun 1963.

$$\log_{10} \left[\frac{P_o - P_t}{P_o - P_f} \right]$$

dimana:

- W_{18} = Kumulatif beban gandar standar selama umur perencanaan (CESA).
 Z_R = Standard Normal Deviate.
 S_o = Combined standard error dari prediksi lalu lintas dan kinerja.
 SN = Structural Number.
 P_o = Initial serviceability.
 P_t = Terminal serviceability.
 P_f = Failure serviceability.
 M_r = Modulus resilien (psi)

Terlihat dari hubungan pada Persamaan 2.85 di atas bahwa lalu lintas yang akan diakomodasi oleh suatu sistem perkerasan jalan tergantung dari tingkat kepercayaan (reliability) dari perencanaan dimana untuk jalan dengan klasifikasi yang lebih tinggi (urban road dan jalan tol contohnya) akan diambil tingkat kepercayaan yang lebih tinggi. Tingkat kepercayaan ini pada rumus diatas dikonversikan ke dalam parameter *Standard Normal Deviate*, contoh nya untuk tingkat kepercayaan 95% mempunyai $Z_r = -1.645$, dan tingkat kepercayaan 90% mempunyai $Z_r = -1.281$.

Satu hal penting lainnya yang terlihat dari Persamaan 2.85 adalah bahwa kondisi saat selesai dibangun (open traffic) serta pada saat hancur dan tidak bisa dilalui lalu lintas juga menjadi satu bahan pertimbangan dalam perencanaan. Hal ini direpresentasikan oleh nilai Initial serviceability (P_o) sebagai kondisi jalan pada saat open traffic, terminal serviceability (P_t) sebagai kondisi jalan yang harus diperbaiki, dan failure serviceability (P_f) sebagai kondisi jalan yang sudah hancur dan tidak bisa dilewati oleh lalu lintas.

Sedangkan untuk mengakomodasi bahan pembentuk serta tebal lapisan perkerasan, metoda AASHTO'93 memberikan satu persamaan yang menghubungkan antara Structural Number (SN) yang didapat dari Persamaan 2.85 dengan kekuatan struktural dan tebal tiap lapisan, seperti yang diberikan pada Persamaan 2.86 berikut ini.

$$SN = a_1 D_1 + a_2 D_2 m_2 + a_3 D_3 m_3 \quad (2.86)$$

dimana :

SN = nilai Structural Number.

D_1, D_2, D_3 = tebal masing-masing lapisan perkerasan,
 m_1, m_2, m_3 = koefisien drainase masing-masing lapisan.

Satu hal yang perlu dicatat dari metoda AASHTO'93 adalah bahwa pada metoda ini juga mengakomodasi kondisi drainase perkerasan seperti terlihat pada koefisien m pada Persamaan 2 tersebut di atas. Koefisien m sebesar 1 menunjukkan bahwa kondisi drainase pada sistem perkerasan yang dipertimbangkan merupakan sistem drainase yang baik.