

BAB II

DASAR TEORI

2.1. Harmonisa dan Deret Fourier

Fenomena osilasi atau getaran banyak dijumpai dalam fisika maupun keteknikan. Untuk kasus lain osilasi atau getaran dapat juga terjadi pada sinyal-sinyal listrik arus bolak-balik. Dalam sistem tenaga listrik, osilasi pada sinyal listrik ini lebih dikenal dengan fenomena harmonisa. Untuk memahami fenomena harmonisa, memerlukan metode Fourier untuk menganalisis bentuk gelombang akibat distorsi harmonisa, karena gelombang yang terdistorsi harmonisa mengandung informasi mengenai kualitas daya dan keseimbangan beban akibat pemakaian beban non-linier.

2.2. Definisi Fungsi Periodik Harmonisa dan Deret Fourier

Setiap gelombang periodik yang dirumuskan sebagai $f(t) = f(t + T)$ dapat dinyatakan sebagai deret Fourier, dengan memenuhi *kondisi Dirichlet* sebagai berikut : (Soemartojo, Noeniek., 1987)

1. $f(t)$ terdefinisi dan bernilai tunggal kecuali mungkin pada sejumlah titik-titik berhingga pada interval T
2. $f(t)$ periodik dengan periode T
3. $f(t)$ dan $f'(t)$ kontinu hampir demi hampir dalam T

Dengan koefisien (2) dan (3) konvergen ke :

1. $f(t)$ jika t adalah titik dimana $f(t)$ kontinu.
2. $\frac{f(t+0)+f(t-0)}{2}$ jika t adalah titik dimana $f(t)$ diskontinu.

2.2.1. Deret Fourier Trigonometri

Jika $f(t)$ periodik dengan periode T maka deret Fourier trigonometri dapat di tuliskan : (De La Rosa, 2006), (Fitz Gerald, 1993), (H.Hayt, 2005)

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \dots + a_n \cos n\omega_0 t + b_1 \sin \omega_0 t \\ &+ b_2 \sin 2\omega_0 t + \dots + b_n \sin n\omega_0 t \\ f(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \end{aligned} \quad [2.1]$$

Dimana :

$$\omega_0 = \text{frekuensi fundamental harmonik} ; \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

a_n, a_n, b_n = konstanta yang nilainya bergantung pada n dan $f(t)$

$\cos n\omega_0 t$ = harmonisa ke- n dari $f(t)$

$\sin n\omega_0 t$ = harmonisa ke- n dari $f(t)$

Nilai-nilai konstanta yang muncul pada persamaan [2.1] bila dievaluasi maka akan memberikan kemudahan bagi penulis untuk memulai langkah analisis harmonisa.

Pertama, untuk persamaan [2.2] dibawah ini memberikan nilai rata-rata fungsi $f(t)$ secara umum dalam interval (a, b) :

$$f(t) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt \quad [2.2]$$

Dimana dalam satu interval, nilai rata-rata suatu fungsi sinus ataupun cosinus selalu sama dengan nol. Dalam fisika, nilai rata-rata kecepatan suatu gerak harmonisa sederhana pada sebuah pegas untuk fungsi sinus dan cosinus akan memberikan hasil yang sama dengan nol.

Jika diberikan fungsi $f(t) = \sin n\omega t$ pada periode T maka dengan persamaan [2.2], dapat ditentukan nilai rata-rata untuk $f(t)$. (De La Rosa, 2006), (H.Hayt, 2005)

$$f(t) = \int_0^T \sin n\omega t dt = 0 \quad [2.3]$$

demikian juga untuk $f(t) = \cos n\omega t$ pada periode T :

$$f(t) = \int_0^T \cos n\omega t dt = 0 \quad [2.4]$$

Adapun untuk nilai rata-rata kuadrat dari fungsi sinus dan cosinus nilainya tidak sama dengan nol, seperti persamaan [2.5] dan [2.6]. (Danamik, Asan., 2010)

Untuk fungsi sinus :

$$f(t) = \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 n\omega t dt = \frac{1}{2} \quad [2.5]$$

Untuk fungsi cosinus :

$$f(t) = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 n\omega t dt = \frac{1}{2} \quad [2.6]$$

Untuk keperluan analisis pada sub-bab 2.2.2. maka persamaan [2.5] dapat ditulis sebagai :

$$f(t) = \frac{a}{T} \int_0^T \sin^2 n\omega t dt = \frac{a}{2} \quad [2.7]$$

Dengan menggunakan hukum :

maka persamaan [2.5] : (H.Hayt, 2005)

$$f(t) = \int_0^T \sin^2 n\omega t dt = \frac{T}{2} \quad [2.8]$$

Hal yang sama berlaku juga untuk fungsi cosinus pada [2.6] sehingga :

$$f(t) = \int_0^T \cos^2 n\omega t dt = \frac{T}{2} \quad [2.9]$$

Dengan demikian, nilai rata-rata kuadrat dari fungsi sinus dan cosinus tampak seperti persamaan [2.8] dan [2.9] dengan nilai $f(t)$ sebesar .

Pada setiap sinyal non-sinus akibat harmonisa, pada umumnya memuat konstanta-konstanta Fourier baik diketahui ataupun tidak. Konstanta-konstanta Fourier tersebut dapat berupa fungsi sinus, fungsi kosinus atau konstanta-konstanta DC. Dalam prakteknya, jika yang di tinjau adalah sistem dengan arus bolak-balik, konstanta-konstanta Fourier hanya berupa fungsi sinus atau fungsi kosinus. Dengan demikian, bila mengambil integral dalam satu periode penuh dari perkalian fungsi sinus dan kosinus didapatkan persamaan [2.10] hingga [2.12] sebagai evaluasi konstanta Fourier yang sering muncul dalam penelitian harmonisa.

Jika maka : (De La Rosa, 2006), (H.Hayt, 2005)

$$\int_0^T \sin k\omega t \cos n\omega t dt = \frac{1}{2} \int_0^T [\sin (k+n)\omega t + \sin (k-n)\omega t] dt = 0 \quad [2.10]$$

Jika :

$$\int_0^T \sin k\omega t \sin n\omega t dt = -\frac{1}{2} \int_0^T [\cos (k+n)\omega t - \cos (k-n)\omega t] dt = 0 \quad [2.11]$$

$$\int_0^T \cos k\omega t \cos n\omega t dt = \frac{1}{2} \int_0^T [\cos (k+n)\omega t + \cos (k-n)\omega t] dt = 0 \quad [2.12]$$

Dari persamaan-persamaan diatas, dapat diturunkan konstanta-konstanta Fourier secara lengkap. Dengan mengintegalkan persamaan [2.1] dalam satu periode penuh maka :

$$\int_0^T f(t) dt = \int_0^T a_0 dt + \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) dt$$

Dengan mensubstitusikan [2.3] dan [2.4] maka semua suku a_n dan b_n akan sama dengan nol, dengan demikian didapatkan persamaan untuk komponen DC a_0 : (De La Rosa, 2006), (H.Hayt, 2005)

$$\int_0^T f(t) dt = \int_0^T a_0 dt = a_0 T$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad [2.13]$$

Jika persamaan [2.1] diperkalikan dengan $\cos n\omega t$ maka konstanta Fourier cosinus a_n :

$$\int_0^T f(t) \cos n\omega t dt = \int_0^T a_0 \cos n\omega t dt + \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t \cos n\omega t dt$$

$$+ \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \cos n\omega t dt$$

Jika persamaan [2.4], [2.10], dan [2.12] disubstitusikan pada sebelah kanan persamaan [2.1], setiap suku pada sebelah kanan akan sama dengan nol kecuali suku a_0 dengan b_n dan a_n oleh karena demikian maka :

$$\int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^T \cos^2 n\omega_0 t dt$$

Karena pada persamaan [9] $\int_0^T \cos^2 n\omega_0 t dt = \frac{T}{2}$ maka : (De La Rosa, 2006),

(H.Hayt, 2005)

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad [2.14]$$

Adapun untuk koefisien sinus b_n , perkalian $\sin n\omega_0 t$ dengan persamaan [2.1] menjadikan :

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt &= \int_0^T a_0 \sin n\omega_0 t dt + \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t \sin n\omega_0 t dt \\ &+ \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t \sin n\omega_0 t dt \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan [2.3], [2.10] dan persamaan [2.11], setiap suku sebelah kanan persamaan sama dengan nol, kecuali suku b_n dengan menganggap $k = n$. Dengan demikian diperoleh b_n sebagai :

$$\int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^T \sin^2 n\omega_0 t dt$$

Dengan menggunakan persamaan [2.8] maka : (De La Rosa, 2006), (H.Hayt, 2005)

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad [2.15]$$

Pada setiap penelitian harmonisa dimanapun, jika sistem terdistorsi harmonisa maka konstanta-konstanta Fourier diatas akan memiliki nilai yang bisa terukur dan diketahui. Jika nilai-nilai konstanta Fourier tersebut tidak diketahui

maka penentuan konstanta-konstanta Fourier tersebut dapat dilakukan dengan menerapkan metode pendekatan berupa integrasi numeris pada sinyal non-sinus hasil penelitian. Konstanta-konstanta Fourier tersebut akan dianalisa pada bab IV kecuali konstanta .

2.2.2. Deret Fourier Eksponensial

Deret Fourier dalam bentuk kompleks adalah : (Bondan, Alit., 2007)

$$f(t) = a_0 + a_1 e^{j\omega_0 t} + a_2 e^{2j\omega_0 t} + \dots + a_n e^{jn\omega_0 t} + a_{-1} e^{-j\omega_0 t} + a_{-2} e^{-2j\omega_0 t} + \dots + a_{-n} e^{-jn\omega_0 t} \quad [2.16]$$

Dengan persamaan [2.16] deret Fourier eksponensial dapat dituliskan secara lengkap :

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1 e^{j\frac{2\pi}{T}t} + a_2 e^{2j\frac{2\pi}{T}t} + \dots + a_n e^{jn\frac{2\pi}{T}t} + a_{-1} e^{-j\frac{2\pi}{T}t} \\ &+ a_{-2} e^{-2j\frac{2\pi}{T}t} + \dots + a_{-n} e^{-jn\frac{2\pi}{T}t} \\ &= a_0 + a_1 \left(\cos \frac{2\pi}{T}t + j \sin \frac{2\pi}{T}t \right) + \dots + a_n \left(\cos n \frac{2\pi}{T}t + j \sin n \frac{2\pi}{T}t \right) + \\ &+ a_{-1} \left(\cos \frac{2\pi}{T}t - j \sin \frac{2\pi}{T}t \right) + \dots + a_{-n} \left(\cos n \frac{2\pi}{T}t - j \sin n \frac{2\pi}{T}t \right) \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[(a_n + a_{-n}) \cos n \frac{2\pi}{T}t + j (a_n - a_{-n}) \sin n \frac{2\pi}{T}t \right] \end{aligned}$$

sehingga [16] menjadi :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[(a_n + a_{-n}) \cos n \frac{2\pi}{T}t + j (a_n - a_{-n}) \sin n \frac{2\pi}{T}t \right] \quad [2.17]$$

Dengan menganggap $a_n + a_{-n} = A_n$ dan $j(a_n - a_{-n}) = B_n$ maka nilai

$f(t)$ persamaan [2.17] seperti [2.18] :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos n \frac{2\pi}{T} t + B_n \sin n \frac{2\pi}{T} t \right) \quad [2.18]$$

Suku kedua persamaan [2.18] dan [2.1] merupakan penjumlahan dari harmonisa sistem. Dari persamaan-persamaan tersebut nilai spektrum sinyal untuk suku kedua persamaan dapat diturunkan : (H.Hayt, 2005), (Sudirham, 2002)

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cos n \frac{2\pi}{T} t + B_n \sin n \frac{2\pi}{T} t \right] = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \left(\cos n\omega_0 t + \frac{B_n}{A_n} \sin n\omega_0 t \right) \right]$$

Bila $\frac{B_n}{A_n} = \tan \theta_n$ maka persamaan diatas menjadi :

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{A_n}{\cos \theta_n} (\cos \theta_n \cos n\omega_0 t + \sin \theta_n \sin n\omega_0 t) \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \left(\frac{1}{\cos \theta_n} \cos \theta_n \cos n\omega_0 t + \frac{1}{\cos \theta_n} \sin \theta_n \sin n\omega_0 t \right) \right] \end{aligned}$$

dengan $\sin n\omega_0 t = \cos (n\omega_0 t - \theta)$ maka :

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\omega_0 t + B_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)] = \sum_{n=1}^{\infty} [\sqrt{A_n^2 + B_n^2} (\cos(n\omega_0 t - \theta_n))]$$

persamaan [2.18] dapat ditulis sebagai :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [\sqrt{A_n^2 + B_n^2} (\cos(n\omega_0 t - \theta_n))] \quad [2.19]$$

Pernyataan matematis ini merupakan spektrum amplituda dan spektrum fasa dari sinyal periodik. (Sudirham, 2002) Suku kedua persamaan [2.19] akan digunakan dalam analisa pada bab IV untuk menentukan nilai amplituda dan sudut fasa harmonisa.

Dengan penjumlahan $\cos \theta + j \sin \theta = e^{j\theta}$ dan $\cos \theta - j \sin \theta = e^{-j\theta}$ sehingga [2.19] dapat ditulis kembali sebagai :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}}{2} e^{-j\theta_n} \right] e^{jn\omega t} \quad [2.25]$$

Semua konstanta harmonisa tercakup dalam [2.25].

Karena $a_{-n} = a_n = A_n$ dan $b_{-n} = -b_n = -B_n$. Dengan menganggap suku dalam kurung $f(t)$ adalah amplituda harmonisa, dengan demikian amplituda dapat dituliskan :

$$C_n = \frac{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}}{2} e^{-j\theta_n} = \frac{A_n - jB_n}{2} \quad [2.26]$$

Dari persamaan [2.26] maka [2.25] dapat dituliskan kembali : (Bondan, 2007),

(De La Rosa, 2006), (H.Hayt, 2005), (Sudirham, 2002)

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\omega t} \quad [2.27]$$

Dengan :

C_n = amplituda harmonisa ke- n

Jika kedua sisi persamaan [2.27] diperkalikan dengan $e^{-jk\omega t}$ dan diintegalkan dalam selang 0 hingga T.

$$\int_0^T f(t) e^{j(n-k)\omega t} dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \int_0^T e^{j(n-k)\omega t} dt \quad [2.28]$$

Dengan $k \neq n$:

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) e^{j(n-k)\omega t} dt &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \int_0^T e^{j(n-k)\omega t} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \frac{1}{\omega j(n-k)} e^{j(n-k)\omega t} \Bigg|_0^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \frac{1}{\omega_0 j(n-k)} (e^{j(n-k)2\pi} - e^{j(n-k)\omega_0(0)}) \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \frac{1}{\omega_0 j(n-k)} (\cos 2\pi(n-k) + j \sin 2\pi(n-k) - 1) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Bila $k = n$:

$$\begin{aligned}
\int_0^T f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt &= C_k \int_0^T e^{j(n-k)\omega_0 t} dt = C_k \int_0^T 1 \cdot dt = C_k T \\
C_k &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad [2.29]
\end{aligned}$$

Dari [2.29] diperoleh persamaan umum untuk C_n .

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad [2.30]$$

Dari persamaan [2.30], maka [2.27] dapat ditulis sebagai [2.31].

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jk\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \right) e^{jk\omega_0 t} \quad [2.31]$$

Persamaan umum [2.31] ini akan digunakan dalam perhitungan deret Fourier sinyal terdistorsi harmonisa pada bab IV, dengan arus dan tegangan sebagai kuantitas yang akan ditinjau.

2.3. Spektrum Garis dan Fasa

Sebuah kurva yang masing-masing memperlihatkan amplituda harmonisa dalam gelombang adalah spektrum garis atau spektrum Fourier. Besaran umum untuk spektrum garis adalah $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ dan hal ini telah disebutkan pada

paragraf sebelumnya deret Fourier eksponensial

Untuk spektrum fasa, dapat mengambil suku kedua persamaan [2.19] dan menganggap $n > 0$ sehingga : (H.Hayt, 2005), (Sudirham, 2002)

$$A_n \cos n\omega_0 t + B_n \sin n\omega_0 t = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cos\left(n\omega_0 t - \tan^{-1} \frac{B_n}{A_n}\right)$$

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cos(n\omega_0 t - \theta) \quad [2.32]$$

Dengan :

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \text{ sebagai amplituda harmonisa ke-}n$$

θ_n = sebagai sudut fasa harmonisa ke- n

$$\theta_n = \tan^{-1} \frac{B_n}{A_n} \quad ; A_n > 0 \quad ; \quad \theta_n = \tan^{-1} \frac{-B_n}{A_n} \quad ; A_n < 0$$

Nilai sudut fasa harmonisa tergantung nilai a_n dan b_n . Tabel dibawah ini memperlihatkan.

Tabel. 2.1. Nilai sudut fasa harmonisa.

a_n	b_n	φ_n
+	+	di kuadran pertama
-	+	di kuadran ke-dua
-	-	di kuadran ke-tiga
+	-	di kuadran ke-empat

Sumber : (Sudirham, 2010)

Persamaan [2.32] atau suku kedua persamaan [2.19] akan digunakan untuk menentukan nilai amplituda dan sudut fasa sinyal non-sinus harmonisa pada analisa di bab IV sedangkan nilai tabel diatas akan dijadikan acuan untuk menentukan positif atau negatifnya nilai sudut fasa komponen harmonisa

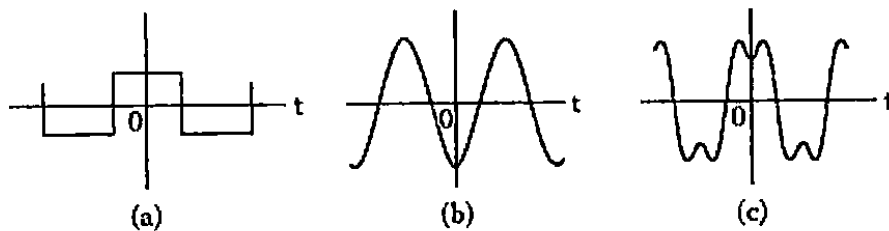
2.4. Kesimetrian Gelombang Non-Sinus^{(H.Hayt, 2005) , (Soemartojo, Noeniek., 1987)}

2.4.1. Simetri Genap

Sebuah fungsi $f(t)$ dikatakan fungsi genap bila berlaku $f(-t) = f(t)$.

Misalkan fungsi $f(t) = \cos(t)$, atau $f(t) = 2 + t^2 + t^4, f(t) = t^n$ dengan $n = 2, 4, 6$.

Fungsi cosinus adalah contoh fungsi genap yang simetris terhadap sumbu y.



Gambar.2.1 Gelombang yang menunjukkan sifat simetri genap.

Sumber : (De La Rosa, 2006)

Dalam fungsi genap, nilai koefisien $b_n = 0$, sehingga :

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t \, dt \\ &= \frac{2}{T} \left[\int_{-T/2}^0 f(t) \sin n\omega_0 t \, dt + \int_0^{T/2} f(t) \sin n\omega_0 t \, dt \right] = 0 \end{aligned}$$

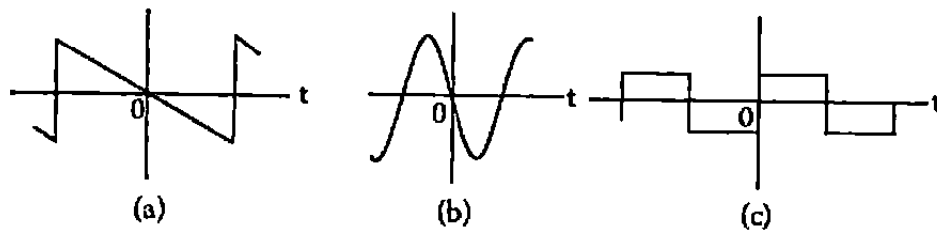
Karena bila nilai $b_n = 0$ maka deret Fourier dalam fungsi genap hanya memiliki komponen a_0 dan a_n seperti pada persamaan [2.13] dan [2.14]. Dalam analisa di bab IV, fungsi genap disebut sebagai harmonisa genap dengan orde harmonisa yang dominan 2, 4, 6, dan seterusnya.

2.4.2. Simetri Ganjil

Sebuah fungsi $f(t)$ dikatakan ganjil bila berlaku $f(-t) = -f(t)$. Misalkan

Contoh dari

fungsi ganjil adalah fungsi sinus, dan fungsi ganjil ini simetris terhadap sumbu (0,0).



Gambar.2.2. Gelombang yang menunjukkan simetri sifat simetri ganjil

Sumber : (De La Rosa, 2006)

Untuk fungsi ganjil ini, nilai a_0 dan a_n adalah nol. ^(H.Hayt, 2005)

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t \, dt \\
 &= \frac{2}{T} \left[\int_{-T/2}^0 f(t) \cos n\omega_0 t \, dt + \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega_0 t \, dt \right] = 0
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, fungsi ganjil hanya memiliki komponen b_n seperti persamaan [2.15]. Dengan menggunakan fungsi ganjil, analisis harmonisa di bab IV menjadi lebih sederhana. Dalam analisa sinyal non-sinus pada bab IV, fungsi ganjil disebut sebagai harmonisa ganjil dengan nilai $a_n = 0$ dan $b_n \neq 0$.

2.5. Harmonisa Pada Sistem Tenaga Listrik

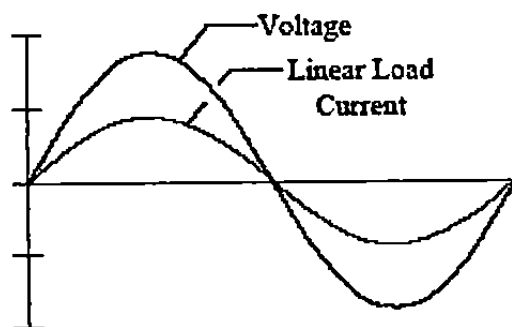
2.5.1. Pengertian Harmonisa

Harmonisa didefinisikan sebagai cacat pada komponen sinusoidal dari gelombang periodik yang memiliki frekuensi kelipatan bulat dari frekuensi dasar. (Sangkaran, 2002)

Frekuensi tinggi akibat harmonisa menyebabkan cacatnya gelombang sinus, sehingga transfer energi menjadi tidak efektif. Idealnya, transfer energi harus dengan gelombang sinus. Dr. Sudaryatno Sudirham mengatakan, "Penyediaan energi listrik pada umumnya dilakukan dengan menggunakan sumber tegangan berbentuk gelombang sinus. Arus yang mengalir diharapkan juga berbentuk gelombang sinus". (Sudirham, 2010)

2.5.2. Sumber Harmonisa

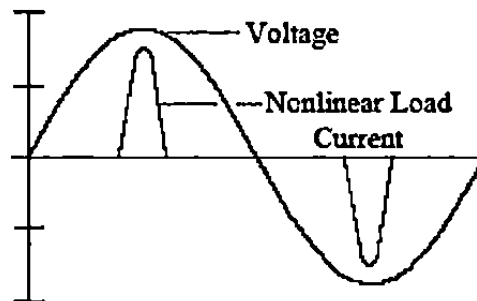
Terdapat dua jenis beban pada sistem tenaga listrik secara umum, yaitu beban linear dan beban non-linear. Pada beban linear, arus pada semua periode waktu ideal terhadap tegangan.



Gambar 2.3. Gelombang arus dan tegangan pada pembebanan linear.

Beban linear dapat berupa elemen resistif, elemen kapasitif, dan elemen induktif. Elemen resistif diantaranya, *Incandescent lighting*, dan *Electric heaters*. Elemen induktif diantaranya, *Induction motors*, *Current limiting reactor*, *Induction generators (wind mills)*, *Damping reactors used to attenuate harmonics*, *Tuning reactors in harmonic filters*. Sedangkan elemen kapasitif seperti, *Power factor correction capacitor banks*, *Underground cables*, *Insulated cables*, *Capacitors used in harmonic filters*.^(De La Rosa, 2006)

Berbeda ketika sistem dibebani dengan beban non-linear. Pada pembebanan non-linear, arus yang dibangkitkan adalah arus non-sinus yang mengandung harmonisa, seperti diperlihatkan oleh gambar 2.4.



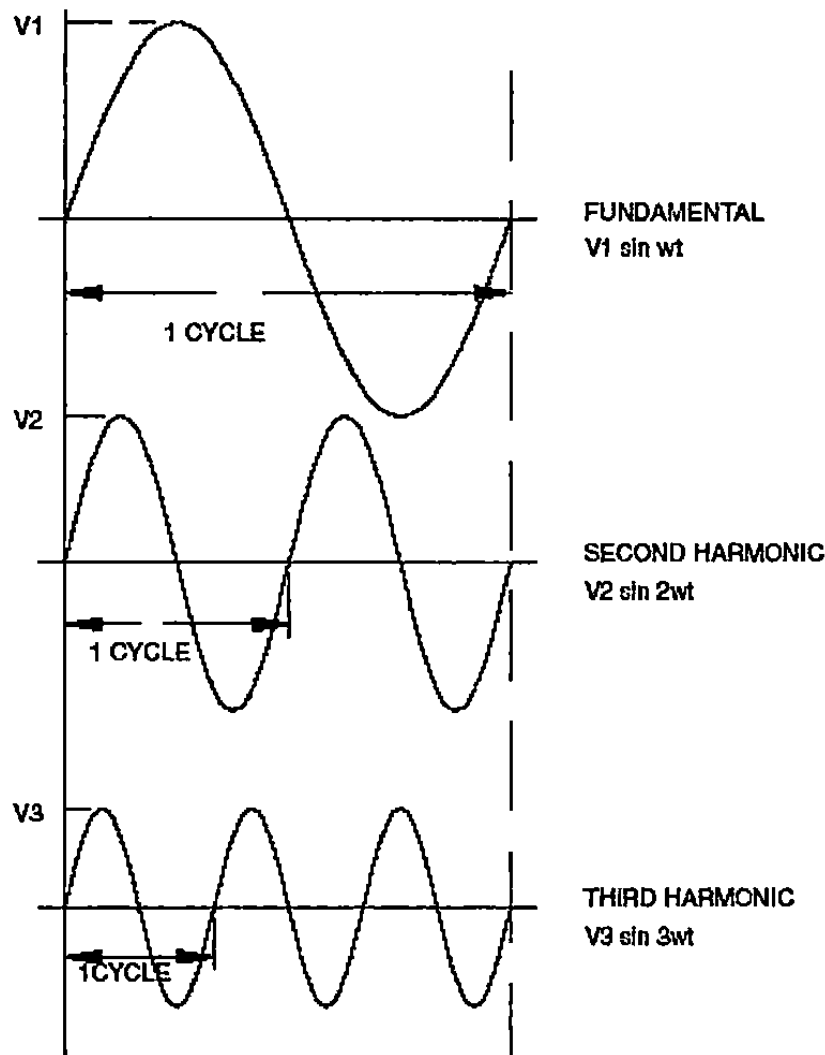
Gambar 2.4. Gelombang arus dan tegangan untuk non-linear

Sumber : (American Bureau of Shipping, 2006)

Beban non-linear dapat berupa elektronika daya dan *arc device*. Elektronika daya diantaranya, *Power converters*, *Variable frequency drives*, *DC motor controllers*, *Cycloconverters*, *Cranes*, *Elevators*, *Steel mills*, *Power supplies*, *UPS*, *Battery chargers*, *Inverters*. Adapun beban non-linear berupa *arc*

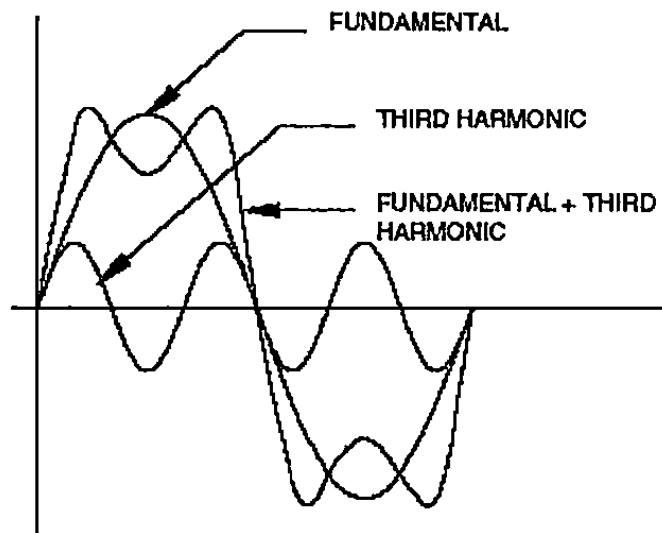
Ketika adanya pembebanan non-linear berupa elektronika daya dan *arc device*, pada sinyal sinusoidal terdapat banyak frekuensi. Sangkaran mengatakan, “Jika frekuensi fundamental adalah 50 Hz, maka harmonik kedua adalah gelombang sinusoidal 100 Hz, harmonik kelima adalah gelombang sinusoidal 150 Hz, dan seterusnya.” (Sangkalan, 2002)

Dari gambar 2.5 dapat dilihat gelombang dengan amplituda dan frekuensi yang berbeda.



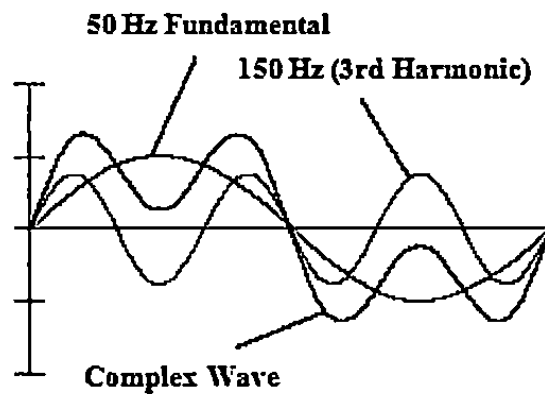
Gambar 2.5 Gelombang fundamental, harmonisa kedua dan harmonisa ketiga

Jika diambil gelombang fundamental dan harmonisa ke tiga, penjumlahan gelombang akan menghasilkan sinusoidal yang terdistorsi seperti ditunjukkan oleh gambar 2.6.a dan 2.6.b.



Gambar 2.6.a. Penjumlahan gelombang fundamental dan harmonisa ketiga.

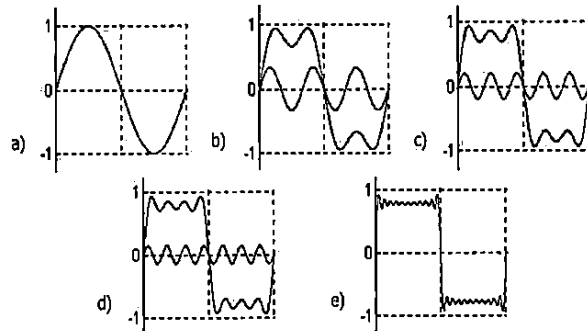
Sumber : (Sangkaran, 2002)



Gambar 2.6.b. Penjumlahan gelombang fundamental dan harmonisa ketiga.

Sumber : (American Bureau of Shipping, 2006)

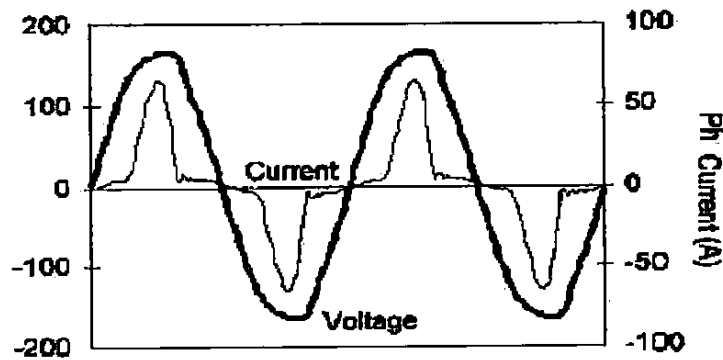
Semakin banyak penjumlahan suku-suku harmonisnya, sinyal terdistorsi semakin mendekati sinyal persegi seperti pada gambar 2.7



Gambar 2.7. Penjumlahan gelombang fundamental dan harmonisa hingga orde keduapuluh satu.

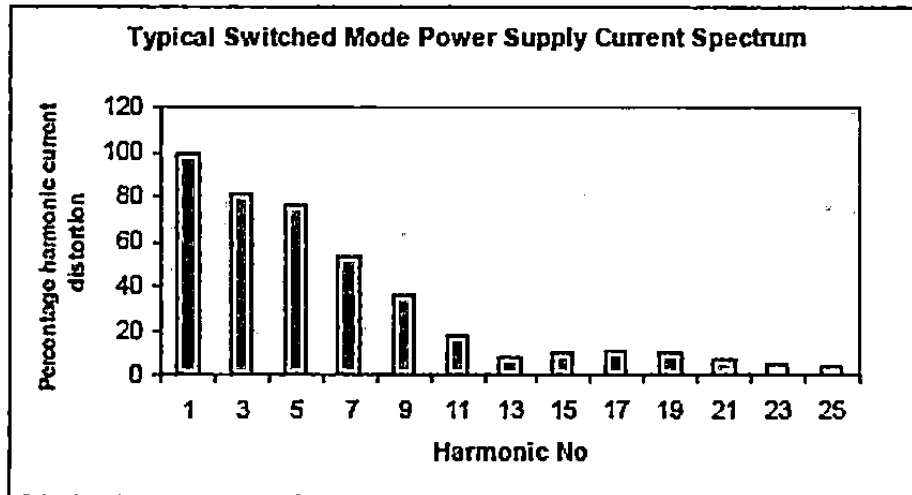
Sumber : (Sudaryatno, 2010)

Untuk gelombang arus dan tegangan hasil penelitian dan pengukuran harmonisa, besarnya nilai distorsi dapat di tunjukkan oleh sinyal non-sinus dan spektrum amplituda. Dibawah ini diperlihatkan bentuk gelombang arus dan tegangan pada *power suply* dalam bentuk gelombang non-sinus dan spektrum amplituda. Untuk gelombang sinusoidal terdistorsi ditunjukkan oleh gambar 2.8.a sedangkan spektrum amplituda harmonisa ditunjukkan oleh gambar 2.8.b.



Gambar 2.8.a. Arus non-sinus akibat harmonisa dalam sebuah pengukuran.

Sumber : (American Bureau of Shipping, 2006)



Gambar 2.8.b. Spektrum arus non-sinus harmonisa ganjil dalam sebuah.

pengukuran.

Sumber : (American Bureau of Shipping, 2006)

Sinyal periodik non-sinus pada gambar 2.8.a sepiintas terlihat hanya berosilasi dalam satu periode T dengan frekuensi sistem 50 Hz. Pada dasarnya, sinyal non-sinus akibat harmonisa tersusun dari banyak gelombang sinus dengan frekuensi yang berbeda-beda. Jika arus dan tegangan sebagai kuantitas yang ditinjau, maka dengan persamaan umum [2.1] dan [2.19], nilai gelombang harmonisa arus dan tegangan dalam deret Fourier dapat dituliskan dalam bentuk standar cosinus :

$$I_h = \sum_{h=1}^{\infty} I_h \cos(n\omega_1 t - \theta_h) \quad [2.33]$$

Dengan :

I_h = amplituda arus harmonisa orde ke- h untuk fungsi ganjil/genap

ω_1 = frekuensi fundamental (radian/detik)

Untuk tegangan harmonisa :

$$I_h = \sum_{h=1}^{\infty} V_h \cos(n\omega_1 t - \theta_h) \quad [2.34]$$

Dengan :

V_h = amplituda tegangan harmonisa orde ke- h untuk fungsi ganjil/genap

ω_1 = frekuensi fundamental (radian/detik)

Dengan menggunakan persamaan umum [2.27] dan [2.31], deret Fourier eksponensial untuk arus dan tegangan harmonisa secara berturut-turut dapat dituliskan :

$$I(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_h e^{jh\omega_1 t} \quad [2.35]$$

$$V(t) = \sum_{h=1}^{\infty} V_h e^{jh\omega_1 t} \quad [2.36]$$

Dengan :

I_h = amplituda arus harmonisa orde ke- h

V_h = amplituda tegangan harmonisa orde ke- h

..... dapat juga digunakan dalam menganalisa sinyal

2.5.3. Orde dan Urutan Fasa Harmonisa

Harmonisa berdasarkan ordenya dapat dibedakan menjadi dua yaitu, harmonisa orde ganjil dan orde genap. Berdasarkan urutan fasa, harmonisa dapat dibedakan menjadi tiga, urutan positif, urutan negatif, dan urutan nol. Orde dan urutan fasa harmonisa dapat dilihat pada tabel 2.2.a dan 2.2.b.

Tabel 2.2.a. Orde harmonisa dan urutan fasa harmonisa.

Harmonic Order vs. Phase Sequence	
Harmonic Order	Sequence
1, 4, 7, 10, 13, 16, 19	Positive
2, 5, 8, 11, 14, 17, 20	Negative
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21	Zero

Sumber : (Sangkaran, 2002)

Tabel 2.2.b Orde harmonisa dan urutan fasa harmonisa.

Phase Sequences of Harmonics in a Three-Phase Balanced System						
Harmonic order	1	2	3	4	5	
Phase sequence	Positive	Negative	Zero	Positive	Negative	
	6	7	8	9	10	11 ...
	Zero	Positive	Negative	Zero	Positive	Negative ...

Sumber : (De La Rosa, 2006)

2.5.4. Dampak Harmonisa Pada Sistem dan Piranti

Harmonisa mampu memberikan dampak yang kurang baik pada sistem

Sudaryatno Sudirham mengutip dari P. C. Sen, dalam *Power Electronics* dan Ralph J. Smith & Richard C. Dorf dalam *Circuits, Devices and Systems* mengatakan bahwa, “Dampak (harmonisa) terhadap sistem tenaga sendiri antara lain (adanya) peningkatan *susut energi* yaitu energi “hilang” yang tak dapat dimanfaatkan, yang secara alamiah berubah menjadi panas.” (Sudirham, 2010)

Dr. Sudaryatno Sudirham juga mengatakan, “Harmonisa menyebabkan peningkatan temperatur pada konduktor kabel, pada kapasitor, induktor, dan transformator, yang bisa berakibat pada *derating* dari alat-alat ini dan justru *derating* ini membawa kerugian (finansial) yang lebih besar dibandingkan dengan dampak langsung yang berupa susut energi.” (Sudirham, 2010)

Harmonisa tidak hanya menyebabkan *derating* piranti tetapi juga umur ekonomis piranti. Pembebanan non-linear tidaklah selalu kontinyu, melainkan fluktuatif. Oleh karena itu pada selang waktu tertentu piranti terpaksa bekerja pada batas tertinggi temperatur kerjanya bahkan mungkin terlampaui pada saat-saat tertentu. (Sudirham, 2010)

Pada halaman yang sama, Dr. Sudaryatno Sudirham kembali mengatakan, “Kenaikan tegangan bisa terjadi akibat adanya harmonisa yang dapat menimbulkan *micro-discharges* bahkan *partial-discharges* dalam piranti yang memperpendek umur, bahkan *mal-function* bisa terjadi pada piranti” (Sudirham, 2010)

Harmonisa juga dapat menyebabkan terjadinya *overload* pada penghantar netral; kWh-meter memberi penunjukan tidak normal; rele proteksi juga akan terganggu, bisa tidak mendeteksi beban rms bahkan mungkin gagal trip (Sudirham,

Pada instalasi di luar sistem tenaga disebutkan pengaruhnya yaitu, “Timbulnya *noise* pada saluran telepon serta komunikasi kabel; *digital clock* bisa berjalan lebih cepat.” (Sudirham, 2010)

2.5.5. Standar IEEE Untuk Harmonisa Arus dan Tegangan

Standar distorsi harmonisa pada beban-beban listrik secara individu merupakan salah satu cara untuk menjaga THD sistem pada batas yang dianggap aman. IEEE 519.1992 juga merekomendasikan pembatasan *total demand distortion* (TDD) untuk konsumen listrik yaitu berdasar perbandingan arus beban (I_L) terhadap maksimum arus hubung singkat (I_{SC}) pada *point common coupling* (PCC). Semakin kecil nilai perbandingan maka semakin besar nilai batasan distorsi harmonisanya terhadap *maximum demand load current*.

Tabel 2.3. Batas distorsi arus IEEE-519.

$I_x < I_L$	$h < 11$	$11 \leq h < 17$	$17 \leq h < 23$	$23 \leq h < 35$	$35 \leq h$	TDD
$v \leq 69 \text{ kV}$						
<20	4.0	2.0	1.5	0.6	0.3	5.0
20<50	7.0	3.5	2.5	1.0	0.5	8.0
50<100	10.0	4.5	4.0	1.5	0.7	12.0
100<1000	12.0	5.5	5.0	2.0	1.0	15.0
1000	15.0	7.0	6.0	2.5	1.4	20.0
$69 \text{ kV} < v \leq 161 \text{ kV}$						
<20*	2.0	1.0	0.75	0.3	0.15	2.5
20<50	3.5	1.75	1.25	0.5	0.25	4.0
50<100	5.0	2.25	2.0	0.75	0.35	6.0
100<1000	6.0	2.75	2.5	1.0	0.5	7.5
>1000	7.5	3.5	3.0	1.25	0.7	10.0
$v > 161 \text{ kV}$						
<50	2.0	1.0	0.75	0.3	0.15	2.5
≥ 50	3.5	1.75	1.25	0.45	0.22	3.75

Note: I_{SC} = maximum short-circuit current at PCC; I_L = maximum fundamental frequency demand load current at PCC (average current of the maximum demand for the preceding 12 months); h = individual harmonic order; THD = total harmonic distortion, based on the maximum demand load current. The table applies to odd harmonics; even harmonics are limited to 25% of the odd harmonic limits shown above.

Tabel 2.4. Batas distorsi tegangan IEEE-159.

Bus Voltage at PCC	Individual Voltage Distortion (%)	Total Voltage Distortion THD (%)
69 kV and below	3.0	5.0
69.001 kV through 161 kV	1.5	2.5
161.001 kV and above	1.0	1.5

Note: PCC = point of common coupling; THD = total harmonic distortion.

Sumber : (Kennedy, 2000), (Sangkalan, 2002)

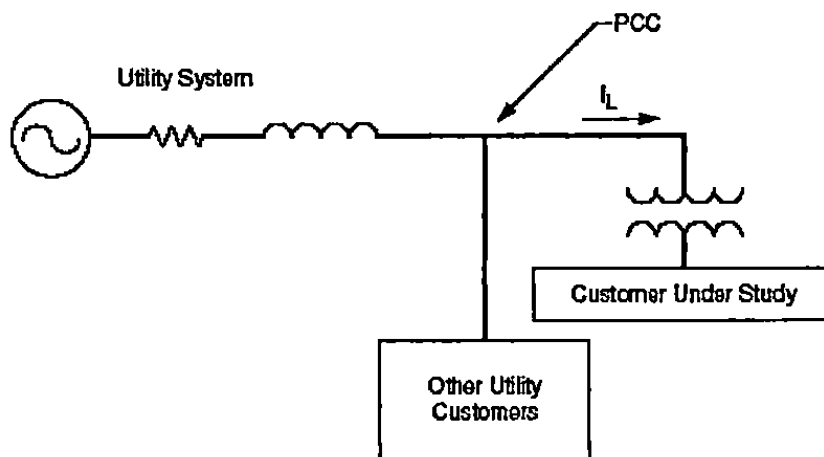
Maksimum faktor daya *true* pada saat sistem terdistorsi harmonisa dapat dilihat pada tabel 2.5. berdasarkan kesepakatan W. Mack Grady dan Surya Santoso dalam *Understanding Power System Harmonics*.

Tabel 2.5. Batas nilai faktor daya beban non-linear

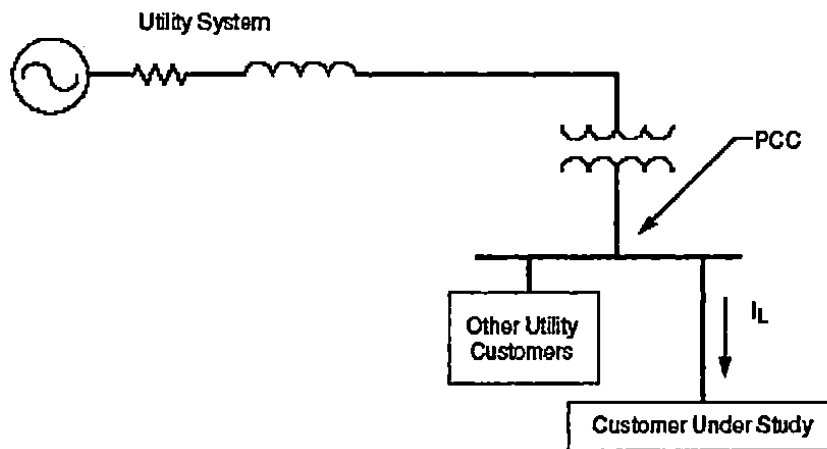
Maksimum true power factor of a non-linear load	
Current THD (%)	Maksimum true pf
20	0.98
50	0.89
100	0.71

Sumber : (Azim, Abdul., 2008)

Untuk gambar *Point of common coupling* (PCC) sendiri ditunjukkan oleh gambar 2.9.a hingga 2.9.b.



Gambar 2.9.a. *Point of common coupling* (PCC).



Gambar 2.9.b. *Point of common coupling (PCC).*

Sumber : (Kennedy, 2000)

2.5.6. Metode Perhitungan Distorsi Harmonisa

Ada beberapa metode yang digunakan untuk mengetahui sebuah gelombang mengalami distorsi harmonisa antara lain :

1. Metode perhitungan terhadap THD (*Total Harmonic Distortion*)
2. Metode *Crest Factor*

2.5.6.1. *Total Harmonic Distortion (THD)*

Total distorsi harmonisa merupakan perbandingan antara penjumlahan semua orde harmonisa dibagi harmonisa fundamental. (American Bureau of Shipping, 2006), (De La Rosa, 2006), (Kennedy, 2000), (Luo, Fang Lin., Ye, Hong., Rasyid, Muhammad, 2005)

$$THDI = 100\% \times \frac{1}{I_{rms}} \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_h^2} \quad [2.37]$$

Dimana :

I_{rms} = arus efektif komponen fundamental

I_h = arus harmonisa orde ke- h

h = orde harmonisa

Untuk total distorsi harmonisa tegangan : (American Bureau of Shipping, 2006), (De La Rosa, 2006), (Kennedy, 2000), (Luo, Fang Lin., 2005)

$$THDV = 100\% \times \frac{1}{V_{rms}} \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2} \quad [2.38]$$

Dimana :

V_{rms} = tegangan efektif komponen fundamental

V_h = tegangan harmonisa ke- h

h = orde harmonisa

2.5.6.2. Metode *Crest Factor*

Untuk menentukan ukuran ada tidaknya harmonisa pada sistem tenaga listrik dapat juga dilihat dari *crest factor*.

Sangkanan mengatakan, "*Crest factor* adalah rasio antara nilai puncak dan nilai rms pada satu periode gelombang. *Crest factor* juga merupakan salah satu indikator lain adanya distorsi gelombang periodik dari bentuk dan karakteristiknya yang ideal". (Sangkanan, 2002)

Hadirnya harmonisa dalam sistem, menimbulkan dampak negatif. Oleh karena itu keberadaannya perlu dibatasi. Untuk melakukan pembatasan diperlukan

Dengan demikian, persamaan matematis untuk nilai *crest factor* seperti [2.39]. (De La Rosa, 2006), (Lunquist, 2001), (Sangkanan, 2002), (Sudirham, 2010)

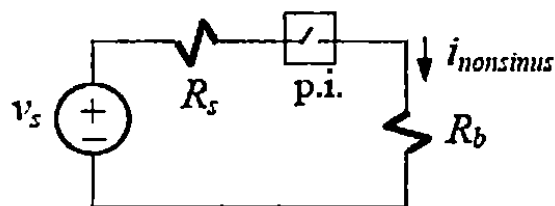
$$CF = \frac{\text{nilai puncak}}{\text{nilai efektif}} \quad [2.39]$$

Dari persamaan [2.39], diketahui bahwa gelombang yang murni sinusoidal, memiliki nilai $1/0.707$ atau setara dengan $\sqrt{2}$. Sangkanan dalam *Power Quality* dan Kennedy dalam *Power Quality Primer* menjelaskan hal ini dengan gambar.

2.6. Pembebanan Non-Linier Ditinjau dari Sisi Sumber dan Beban

2.6.1. Pembebanan Non-Linier Ditinjau dari Sisi Sumber

Membahas pembebanan non-linear pada sisi sumber dan beban memerlukan penjelasan yang rinci. Oleh karena itu, rangkaian sederhana pada gambar 2.10 akan dijadikan acuan, terutama dalam membangun dasar teori dan analisa pada bab IV.



Gambar 2.10. Pembebanan non-linier

Sumber : (Sudirham, 2010)

Yang pertama adalah, jika arus yang diberikan sumber adalah $v_s = V_s \sin \omega_1 t$ V dan arus sumber adalah $i_s = I_s \sin(\omega_1 t + \theta)$ A maka daya yang diberikan sumber adalah tegangan sumber kali arus sumber (Sudirham, 2010)

$$p_s = v_s(t)i_s(t) \quad [2.40]$$

Dengan :

p_s = daya sesaat sumber (Watt)

v_s = tegangan sesaat sumber (Volt)

i_s = arus sesaat sumber (Ampere)

Dari persamaan [2.33] daya sumber dapat dituliskan : *(American Bureau of Shipping, 2006), (Sudirham, 2010).*

$$p_s = V_s I_s \sin \omega_1 t \sin(\omega_1 t + \theta) + V_s \sum_{h=1}^{\infty} [I_h \sin(h\omega_1 t + \theta) \sin \omega_1 t] \quad [2.41]$$

$$p_s = p_{s1} + \sum_{h=1}^{\infty} p_{sh} \quad [2.42]$$

Dari tinjauan sisi sumber, diketahui bahwa harmonisa tidak memberikan transfer energi netto. Sudaryatno Sudirham mengatakan, “Hanya komponen fundamental p_{s1} yang memberikan transfer energi netto”. *(Sudirham, 2010)*

Sudaryatno Sudirham mengutip teori tellegen mengenai transfer energi dari sumber ke beban bahwa, “Disetiap rangkaian elektrik harus ada pertimbangan yang tepat antara yang diserap oleh elemen pasif dengan daya yang diberikan oleh elemen aktif. Hal ini sesuai dengan prinsip konversi energi.” *(Sudirham, 2010)*

Sudaryatno juga menambahkan, “Sebagaimana telah pula disebutkan teorema ini juga memberikan kesimpulan bahwa satu-satunya cara agar energi dapat diserap dari atau disalurkan ke suatu bagian rangkaian adalah melalui transfer daya di terminalnya. Teorema ini berlaku baik untuk rangkaian linear

Atau dengan kata lain, teorema tellegen menyatakan bahwa, “Daya yang diberikan sumber harus tepat sama dengan daya yang diterima beban, termasuk daya nyata”. (Sudirham, 2010)

Dengan demikian, dari sini diketahui bahwa daya yang diberikan sumber adalah daya yang diterima oleh semua beban.

2.6.2. Pembebanan Non-Linier Ditinjau dari Sisi Beban

Karena pembahasan harmonisa cukup rumit, untuk membangun kerangka berpikir, rangkaian sederhana pada gambar 2.10 akan dijadikan acuan dalam membangun dasar teori dan analisa nanti. Sudaryatno Sudirham ketika meninjau gambar 2.10 mengatakan, “Sebuah sumber tegangan sinus memberikan arus pada resistor R_b melalui saluran dengan resistansi R_s dan sebuah pengubah arus p.i., misalnya penyearah; maka pengubah arus inilah yang menyebabkan arus yang mengalir di R_b berbentuk gelombang non-sinus. (Sudirham, 2010)

Sudaryatno Sudirham mengatakan, “Jika meninjau pada sisi beban, R_b hanya melihat bahwa ada arus yang diterima olehnya, tapi bagaimana cara arus tersebut sampai ke beban tidaklah penting bagi beban. (Sudirham, 2010)

Jika dituliskan nilai arus beban, dari persamaan [2.33] maka arus yang diterima beban seperti [2.43]. (Sudirham, 2010)

$$i_{rb} = i_1 + i_h \tag{2.43}$$
$$i_{rb} = I_1 \sin(\omega_1 t + \theta) + \sum_{h=1}^{\infty} [I_h \sin(h\omega_1 t + \theta)]$$

Arus yang diterima beban adalah arus non-ninus. Hal ini terjadi karena ketika arus melewati penyearah pada gambar 2.10

Sudaryatno Sudirham mengatakan, mengatakan, "Sebuah sumber tegangan sinus memberikan arus pada resistor R_b melalui saluran dengan resistansi R_s dan sebuah pengubah arus p.i., misalnya penyearah penyearah; maka pengubah arus inilah yang menyebabkan arus yang mengalir di R_b berbentuk gelombang non-sinus. (Sudirham, 2010)

Karena setiap komponen harmonisa menyerap daya, maka baik fundamental maupun harmonisa masing-masing memiliki tahanan sehingga dapat dituliskan persamaan umum untuk tahanan. (Sudirham, 2010)

$$R = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \quad [2.44]$$

Dimana :

R = Tahanan (Ohm)

V_{rms} = Tegangan rms (Volt)

I_{rms} = Arus rms (Ampere)

2.7. Daya Fundamental dan Harmonisa

Dalam sistem tenaga listrik, daya adalah energi yang dikeluarkan untuk melakukan kerja atau usaha dengan satuan Watt atau Horsepower (HP), dimana 1 HP sebanding dengan 746 Watt. Daya secara umum dapat dibagi menjadi tiga.

2.7.1. Daya Aktif

Daya Aktif (*active power*) merupakan daya yang diserap oleh beban yang bersifat resistif dan berguna untuk melakukan kerja. Secara matematis daya aktif

merupakan perkalian antara tegangan efektif, arus efektif dan koefisien faktor dayanya. (Ramdhani, Mohamad., 2005)

Dari uraian pada sub-bab pembebanan non-linear ditinjau dari sisi sumber dan beban, dapat diturunkan persamaan daya aktif untuk komponen fundamental dan komponen harmonisa. Untuk komponen fundamental ditunjukkan oleh persamaan [2.45].

$$P_s = V_{srms} I_{1rms} \cos \theta_1 \quad [2.45]$$

Dengan :

P_s = daya aktif sumber (Watt)

V_s = tegangan rms sumber (Volt)

I_1 = arus rms fundamental (Ampere)

θ_1 = sudut fasa antara arus fundamental dan tegangan sumber

Pada sisi beban nilai daya aktif seperti [2.46] :

$$P = V_1 I_1 \cos \theta_1 + V_2 I_2 \cos \theta_2 + V_3 I_3 \cos \theta_3 + \dots + V_n I_n \cos \theta_n \quad [2.46]$$

Dengan :

P = daya aktif total beban (Watt)

V_h = tegangan rms harmonisa ke- n (Volt)

I_h = arus rms harmonisa ke- n (Ampere)

θ = sudut fasa antara arus dan tegangan efektif

atau : (Sudirham, 2010)

$$P = I^2 R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + \dots + I_n^2 R_n \quad [2.47]$$

Dengan :

P = daya aktif total beban

R = resistansi masing-masing harmonisa

I_h = arus rms harmonisa

Persamaan [2.46] dan [2.47] dapat juga dituliskan sebagai :^{(American Bureau of Shipping, 2006), (Sudirham, 2010)}

$$P = P_1 + \sum_{h=1}^{\infty} P_h \quad [2.48]$$

Dengan :

P = daya aktif total beban

P_1 = daya aktif fundamental

P_h = daya rms total harmonisa ke- h

Persamaan [2.46], [2.47] dan [2.48] menunjukkan bahwa setiap harmonisa memberikan kontribusi pada daya nyata. Namun, daya nyata yang dibangkitkan oleh harmonisa biasanya sangat kecil bila dibandingkan dengan nyata dasar (*fundamental average power*).^(Sudirham, 2010)

2.7.2. Daya Kompleks

Daya kompleks merupakan hubungan antara antara daya aktif dan daya

Untuk persamaan matematis daya semu dapat diturunkan dari uraian pada sub-bab pembebanan non-linier ditinjau dari sisi sumber dan beban. Untuk daya semu sumber :

$$|S_s| = V_{srms} I_{srms} = V_{srms} I_{brms} \quad [2.49]$$

Dengan :

$|S_s|$ = daya kompleks sumber (VA)

V_{srms} = tegangan rms sumber (Volt)

I_{srms} = arus rms sumber/beban fundamental (Ampere)

I_{brms} = arus rms beban/sumber fundamental (Ampere)

Daya semu fundamental :

$$|S_1| = V_{1rms} I_{1rms} \quad [2.50]$$

Dengan :

S_1 = daya semu fundamental (VA)

V_{1rms} = tegangan rms fundamental (Volt)

I_{1rms} = arus rms fundamental (Ampere)

Pada sisi beban dapat dilihat pada persamaan [2.51] .(Rusli, Muhammad., 2009)

$$|S| = \left(\sqrt{V_{1rms}^2 + V_{2rms}^2 + V_{3rms}^2 + \dots + V_{hrms}^2} \right) \left(\sqrt{I_{1rms}^2 + I_{2rms}^2 + I_{3rms}^2 + \dots + I_{hrms}^2} \right) \quad [2.51]$$

$$= \left(\sqrt{V_{1rms}^2 + V_{hrms}^2} \right) \left(\sqrt{I_{1rms}^2 + I_{hrms}^2} \right)$$

Dengan :

$|S|$ = daya kompleks fundamental dan harmonisa (VA)

V_h = tegangan rms harmonisa (Volt)

I_h = arus rms harmonisa (Ampere)

Dengan mengambil salah satu dari persamaan [2.37] atau persamaan [2.38], maka nilai THD dapat dituliskan kembali :

$$THDI = 100 \frac{I_{hrms}}{I_{1rms}} \Rightarrow I_{hrms} = \frac{I_{1rms} THDI}{100}$$

Hal yang sama berlaku juga untuk THDV. Dengan substitusi dan faktorisasi, persamaan [2.51] seperti [2.52] : *(American Bureau of Shipping, 2006)*

$$\begin{aligned} |S| &= \sqrt{V_{1rms}^2 + \left(\frac{V_{1rms} THDV}{100}\right)^2} \sqrt{I_{1rms}^2 + \left(\frac{I_{1rms} THDI}{100}\right)^2} \\ &= V_{1rms} I_{1rms} \sqrt{1 + \left(\frac{THDV}{100}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{THDI}{100}\right)^2} \end{aligned} \quad [2.52]$$

Dengan demikian, persamaan untuk daya semu kondisi fundamental dan harmonisa menjadi :

$$|S| = S_1 \sqrt{1 + \left(\frac{THDV}{100}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{THDI}{100}\right)^2} \quad [2.53]$$

Karena [2.53] merupakan daya semu pada kondisi fundamental dan harmonisa, maka persamaan diatas bisa juga disebut sebagai daya semu pada sisi beban karena daya ini merupakan daya total.

Dengan demikian, untuk memudahkan analisa, dapat dituliskan persamaan

Dengan :

$|S_b|$ = daya kompleks total/beban (VA)

V_b = tegangan rms harmonisa total/beban (Volt)

I_b = arus rms harmonisa total/beban (Ampere)

Pada analisa di bab IV, persamaan [2.52] dan [2.53] dapat digunakan sekaligus dalam analisa.

2.7.3. Daya Reaktif

Daya reaktif (*reactive power*) secara matematis merupakan perkalian antara tegangan efektif, arus efektif dan nilai $\sin \theta$. (Ramdani, Mohamad., 2005)

Untuk komponen fundamental, daya reaktif dapat dituliskan seperti persamaan [2.55].

$$Q = V_{1rms} I_{1rms} \sin \theta_1 \quad [2.55]$$

Dengan :

Q = daya reaktif (VAR)

V_1 = tegangan rms fundamental (Volt)

I_1 = arus rms fundamental (Ampere)

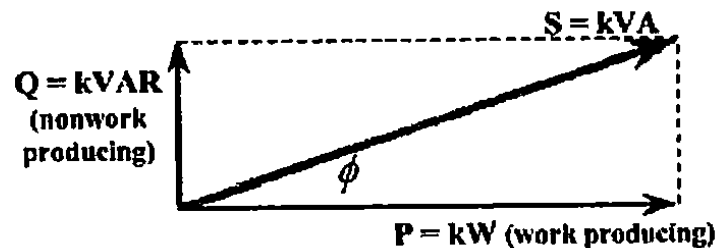
Dalam keadaan sistem terdistorsi harmonisa, daya reaktif tidak dapat ditentukan dengan mudah dari segitiga daya. Sudaryatno Sudirham mengatakan, "Daya reaktif beban Q_b , tidak bisa dihitung dengan cara seperti menghitung Q_1 karena kita tidak dapat menggambarkan segitiga dayanya. Oleh karena itu kita akan mencoba memperlakukan harmonisa sama seperti kita memperlakukan

komponen fundamental dengan menghitung daya reaktif sebagai $Q_n = I_{nrms}^2 X_n$ dan kemudian menjumlahkan daya reaktif Q_n untuk memperoleh daya reaktif ke beban Q_b ” (Sudirham, 2010)

Dengan demikian, untuk daya reaktif ini sengaja tidak dituliskan persamaan matematis dalam keadaan harmonisa.

2.7.4. Daya Kompleks dan Kualitas Daya

Hubungan-hubungan diantara daya aktif, daya reaktif dan voltampere dapat diingat dengan mudah dengan menggunakan segitiga voltamper. (Fitzgerald, A.E., 1993)



Gambar.2.11. Segitiga daya

Sumber : (American Bureau of Shipping, 2006)

Dimana dari relasi segitiga daya didapatkan persamaan [2.56].

$$|S_1| = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} \quad [2.56]$$

Dengan :

$|S_1|$ = daya kompleks fundamental (VA)

P_1 = daya aktif fundamental (Watt)

$|Q_1|$ = daya reaktif fundamental (Var)

2.7.5. Faktor Daya

Faktor daya atau *power factor* merupakan perbandingan daya aktif terhadap daya semu. (Kennedy, 2000), (Ramdhani, Mohamad., 2005)

Pada rangkaian beban non linier yang menyebabkan arus harmonisa, maka nilai faktor daya dibedakan menjadi dua antara lain yaitu faktor daya *displacement* dan faktor daya sebenarnya.

2.7.5.1. Displacement Power Factor (DPF)

Rasio ini membandingkan antara daya aktif dan daya semu pada frekuensi fundamental. Rasio ini ekuivalen dengan nilai $\cos \theta$ fundamental tersebut. (Sudirham, 2010)

Dari persamaan [2.49] dan komponen fundamental persamaan [2.46] maka berlaku hubungan : (Rusli, Muhammad.,2009)

$$PF_{disp} = \frac{V_{1rms} I_{1rms} \cos \theta_1}{V_{srms} I_{srms}} \quad [2.57]$$

Karena arus dan tegangan sumber pada kondisi fundamental sama dengan arus dan tegangan beban, maka $I_{srms} = I_{1rms}$ dan $V_{srms} \approx V_{1rms}$. Dengan asumsi tersebut persamaan [2.57] dapat dituliskan kembali.

$$PF_{disp} = \frac{V_{1rms} I_{1rms} \cos \theta_1}{V_{1rms} I_{1rms}} = \cos \theta_1 \quad [2.58]$$

Dengan :

PF_{disp} = faktor daya *displacement*

$\cos \theta$ = sudut fase antara arus dan tegangan fundamental

2.7.5.2. Power factor True

Faktor daya *true* merupakan perbandingan antara daya aktif total dan gabungan daya semu total, termasuk semua komponen frekuensi harmonisa yang ada. (Sangkanan, 2002)

Dengan menggunakan persamaan [2.48] dan [2.52] faktor daya *true* dapat dituliskan.

$$PF_{true} = P_1 + \sum_{h=1}^{\infty} P_h \left(\frac{1}{V_{1rms} I_{1rms} \sqrt{1 + \left(\frac{THDV}{100}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{THDI}{100}\right)^2}} \right) \quad [2.59]$$

Distorsi harmonisa biasanya tidak terlalu mempengaruhi daya aktif total, dengan demikian dapat diasumsikan $P \approx P_1$ sehingga persamaan [2.59] menjadi :

$$PF_{true} = \frac{P_1}{V_{1rms} I_{1rms}} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{THDV}{100}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{THDI}{100}\right)^2}} \quad [2.60]$$

Karena komponen harmonisa tegangan pada persamaan [2.59] dan [2.60] adalah komponen harmonisa total beban yang mencakup komponen fundamental dan harmonisa, sehingga komponen distorsi tegangan ditulis dalam [2.61].

$$V_{1rms} \sqrt{1 + \left(\frac{THDV}{100}\right)^2} = V_{rms} \quad [2.61]$$

Karena dalam setiap penelitian harmonisa, $V_{rms} \approx V_{srms}$ dan $V_{srms} \approx$
 dengan demikian [2.61] dapat dituliskan

Dengan substitusi persamaan [2.62] pada [2.59] atau [2.60] maka :

$$PF_{true} = \frac{P_1}{V_{1rms} I_{1rms}} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{THDI}{100}\right)^2}} \quad [2.63]$$

Yang dapat dituliskan juga dalam : *(American Bureau of Shipping, 2006)*

$$PF_{true} = \frac{V_{1rms} I_{1rms} \cos \theta_1}{V_{1rms} I_{1rms}} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{THDI}{100}\right)^2}} = \cos \theta_{disp} \cdot \cos \theta_{dist} \quad [2.64]$$

Dengan :

$\cos \theta_{disp}$ = faktor daya *displacement* (komponen fundamental)

$\cos \theta_{dist}$ = faktor daya distorsi (komponen harmonisa)

Persamaan [2.64] dapat juga dituliskan . *(American Bureau of Shipping, 2006)*

$$\cos \theta_{disp} = \frac{P_1}{S_1} \quad [2.65]$$

$$\cos \theta_{dist} = \frac{V_{1rms} I_{1rms}}{V_{srms} I_{srms}} = \frac{S_1}{S_s} \quad [2.66]$$

Pada persamaan [2.59] dan [2.60] atau [2.63] dan [2.64] terdapat komponen harmonisa arus, yang tidak lain adalah arus beban yang mencakup komponen fundamental dan harmonisa seperti [2.67].

$$I_{1rms} \sqrt{1 + \left(\frac{THDI}{100}\right)^2} = I_{rms} = I_{brms} \quad [2.67]$$

Dengan mensubstitusikan persamaan [2.67], maka persamaan [2.63] dan

[2.64] dapat dituliskan sebagai [2.68] dengan menganggap $V_{1rms} \approx V$

$$PF_{true} = \frac{V_{1rms} I_{1rms} \cos \theta_1}{V_{srms} I_{rms}} = \frac{V_{1rms} I_{1rms} \cos \theta_1}{V_{srms} I_{brms}} = \frac{P_1}{S_b} \quad [2.68]$$

Berdasarkan teorema tellegen, daya yang dikirim sumber sama dengan daya yang diterima beban sehingga [2.68] menjadi [2.69].

$$PF_{true} = \frac{V_{1rms} I_{1rms} \cos \theta_1}{V_{1rms} I_{rms}} = \frac{V_{1rms} I_{1rms} \cos \theta_1}{V_{srms} I_{brms}} = \frac{P_1}{S_s} \quad [2.69]$$

Persamaan [2.64], [2.65], [2.66] dan [2.69] dapat dapat dituliskan secara kompak sebagai [2.70] :

$$PF_{true} = \cos \theta_{disp} \cdot \cos \theta_{disc} = \left(\frac{P_1}{S_1} \right) \cdot \left(\frac{S_1}{S_s} \right) = \frac{P_1}{S_s} \quad [2.70]$$

Dari evaluasi terakhir ini maka persamaan matematis untuk faktor daya *true* yang ringkas ditunjukkan oleh [2.71].^(Sudirham, 2010)

$$PF_{true} = \frac{P_1}{|S_s|} \quad [2.71]$$

Dimana :

PF_{true} = faktor daya pada kondisi fundamental dan harmonisa

P_1 = daya aktif fundamental (Watt)

$|S_s|$ = daya kompleks sumber/beban (VA)

Semua persamaan matematis faktor daya *true* hasil evaluasi diatas dapat digunakan dalam menganalisa nilai faktor daya *true* hasil penelitian di bab IV

2.8. Nilai Efektif Arus dan Tegangan Harmonisa

Nilai berturut-turut untuk I_{rms} dan V_{rms} harmonisa dapat dinyatakan oleh persamaan [2.72] dan [2.73], dimana nilai rms dalam harmonisa dihitung sebagai penjumlahan pangkat dua dari setiap komponen harmonisanya. *(American Bureau of Shipping, 2006)*

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{I_{hmax}}{\sqrt{2}} \right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{I_{1max}^2 + I_{2max}^2 + I_{3max}^2 + \dots + I_{hmax}^2} \quad [2.72]$$

Dengan :

I_{rms} = arus maksimum komponen fundamental dan harmonisa

I_h = arus harmonisa maksimum ke- h

h = orde harmonisa

Untuk nilai tegangan : *(American Bureau of Shipping, 2006)*

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{V_{hmax}}{\sqrt{2}} \right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{V_{1max}^2 + V_{2max}^2 + V_{3max}^2 + \dots + V_{hmax}^2} \quad [2.73]$$

Dengan :

V_{rms} = tegangan maksimum komponen fundamental dan harmonisa

V_h = tegangan harmonisa ke- h

h = orde harmonisa

Jika dalam penelitian harmonisa nilai rms diketahui, persamaan [2.72] dan

Untuk nilai arus rms harmonisa : *(American Bureau of Shipping, 2006)*

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_h} = \sqrt{I_{1rms}^2 + I_{2rms}^2 + I_{3rms}^2 + \dots + I_{hrms}^2} \quad [2.74]$$

Dengan :

I_{rms} = arus rms beban komponen fundamental dan harmonisa

I_h = arus harmonisa ke- h

h = orde harmonisa

Untuk nilai tegangan harmonisa : *(American Bureau of Shipping, 2006)*

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_h} = \sqrt{V_{1rms}^2 + V_{2rms}^2 + V_{3rms}^2 + \dots + V_{hrms}^2} \quad [2.75]$$

Dengan :

V_{rms} = tegangan rms beban komponen fundamental dan harmonisa

V_h = tegangan harmonisa ke- h

h = orde harmonisa

Persamaan [2.74] dan [2.75] bentuk lain dari [2.62] dan [2.67], karena persamaan diatas merupakan nilai arus dan tegangan rms fundamental dan harmonisa. Persamaan diatas dapat dituliskan secara ringkas seperti [2.76] dan [2.77]. *(American Bureau of Shipping, 2006), (Sudirham, 2010)*

$$I_{brms} = \sqrt{I_{1rms}^2 + I_{hrms}^2} \quad [2.76]$$

$$V_{brms} = \sqrt{V_{1rms}^2 + V_{hrms}^2} \quad [2.77]$$

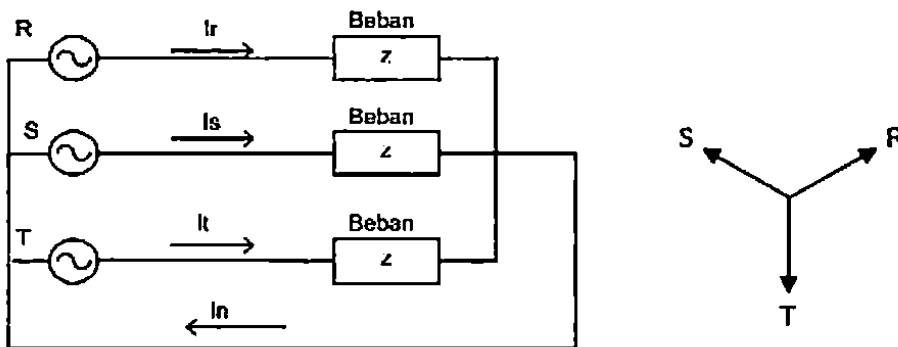
2.9. Sistem Tiga Fasa-Empat Kawat Hubung Bintang

2.9.1. Sistem 3 Fasa 4 Kawat Seimbang

Sistem tenaga listrik disuplai oleh generator berfasa tiga. Biasanya generator mensuplai beban-beban berfasa tiga yang seimbang, yang berarti bahwa pada ketiga fasa tersebut terdapat beban yang identik. (D.Stevenson, JR., W, 1983)

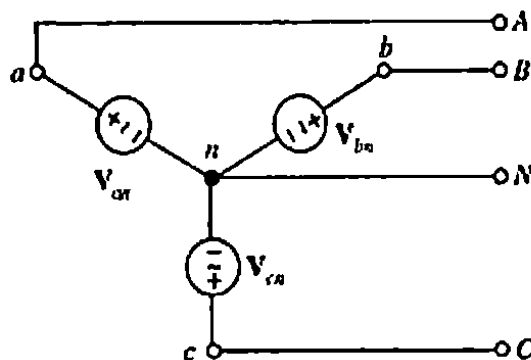
Ketiga tegangan sinusoidal yang dibangkitkan terpisah secara listrik sebesar 120° satu sama lain. Pada umumnya amplitudo dari ketiga fasa tegangan adalah sama besar. Dalam kondisi ini, generator disebut dalam keadaan seimbang.

(D.Stevenson, JR., W, 1983) Gambar dibawah ini memperlihatkan.



Gambar 2.12. Generator sinkron, beban hubungan bintang dan diagram fasor

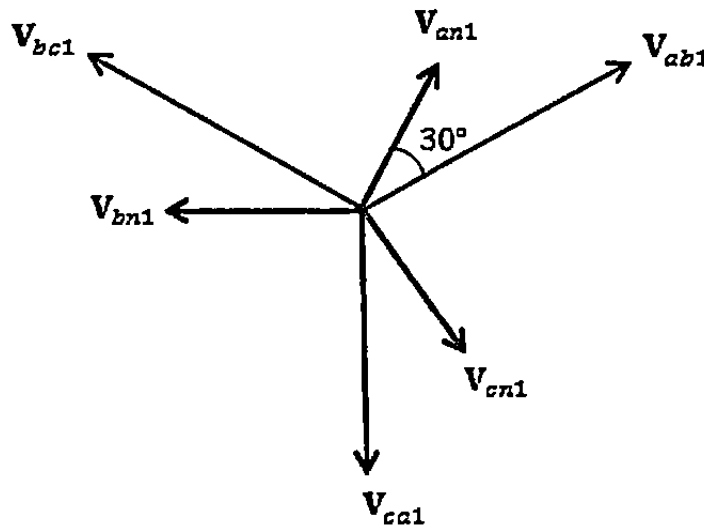
Sumber : (Rusli, Muhammad., 2009)



Gambar 2.13. Diagram dari generator hubung bintang.

$V_A, V_B,$ dan V_C sama besarnya dan berbeda fasa 120° satu terhadap yang lain. Dengan impedansi yang identik maka arus-arusnya juga akan sama besarnya dan berbeda fasa 120° satu terhadap yang lain. Hal ini pasti berlaku juga bagi V_{an}, V_{bn} dan V_{cn} sehingga dapat dikatakan bahwa semua arus dan tegangannya seimbang. (D.Stevenson, JR., W, 1983)

Sistem kelistrikan Universitas Muhammadiyah Yogyakarta adalah sistem c, b, a sehingga diagram fasor dari tegangan pada sistem 3 fasa 4 kawat seimbang ini dibuat dalam urutan c, b, a seperti diperlihatkan gambar 2.14.



Gambar 2.14. Diagram fasor tegangan 3 fasa seimbang.

Sumber : (D.Stevenson, JR., W, 1983), (Zuhal, 1988)

Dengan :

Subskrib 1 = komponen fundamental.

Bila mengacu pada gambar 2.14, sumber tiga-fasa seimbang dapat

$$\begin{aligned}
 V_{ab1} + V_{bc1} + V_{ca1} &= 0 \\
 V_{an1} + V_{bn1} + V_{cn1} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.79}$$

atau : (D.Stevenson, JR., W, 1983), (H.Hayt, Jr, W., 2005)

$$\begin{aligned}
 |V_{ab1}| &= |V_{bc1}| = |V_{ca1}| = V_L \\
 |V_{an1}| &= |V_{bn1}| = |V_{cn1}| = V_P
 \end{aligned}
 \tag{2.80}$$

Dimana :

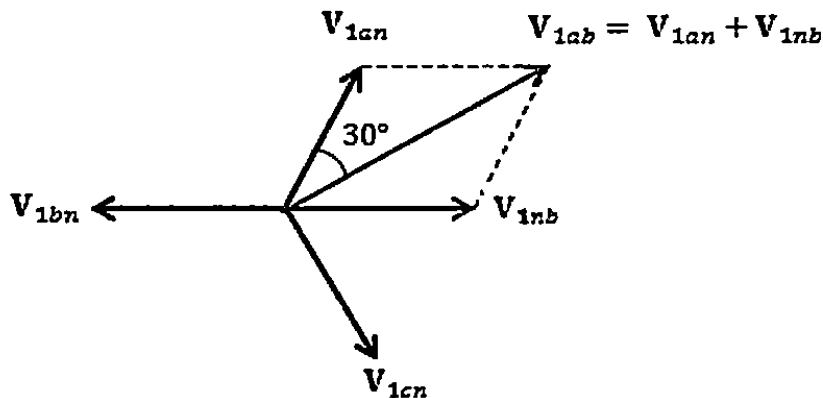
V_L = tegangan antara sembarang saluran

V_P = tegangan antara sembarang fasa

Dengan mengambil V_{an1} sebagai referensi sudut nol, secara berturut-turut nilai tegangan sistem : (H.Hayt, Jr, W., 2005)

$$V_{an1} = V_P \angle 0^\circ \quad ; \quad V_{bn1} = V_P \angle 120^\circ \quad ; \quad V_{cn1} = V_P \angle 240^\circ$$

Dengan menggunakan diagram fasor gambar 2.14, nilai tegangan saluran dapat ditentukan. Untuk nilai tegangan V_{ab1} ditunjukkan oleh gambar 2.14, sedangkan untuk keseluruhan tegangan, ditunjukkan oleh gambar 2.15.



Gambar 2.15. Penjumlahan secara vektor tegangan saluran.

Dari gambar 2.15 maka : (H.Hayt, Jr, W., 2005)

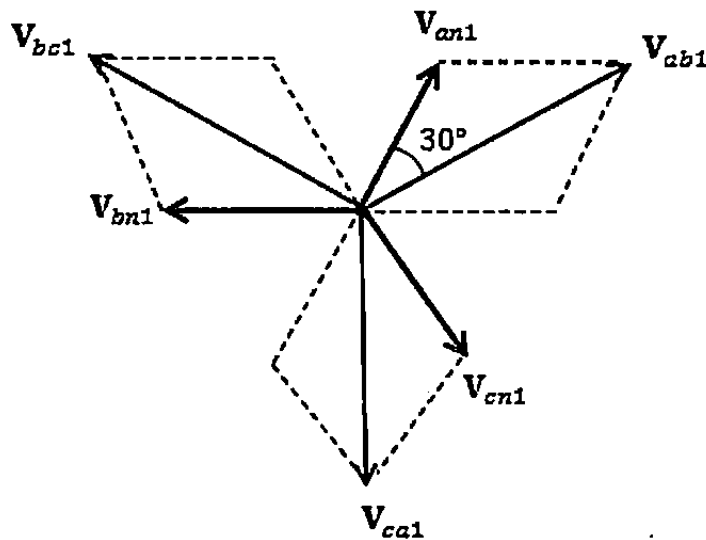
$$V_{ab1} = V_{an1} + V_{nb1} = V_{an1} - V_{bn1}$$

$$V_{ab1} = \sqrt{3} V_p \angle 30^\circ \quad [2.81]$$

Dari gambar 2.15 : (Zuhail, 1988)

$$V_{bc1} = \sqrt{3} V_p \angle 30^\circ \quad [2.82]$$

$$V_{ca1} = \sqrt{3} V_p \angle 30^\circ \quad [2.83]$$



Gambar 2.16. Penjumlahan secara vektor tegangan saluran

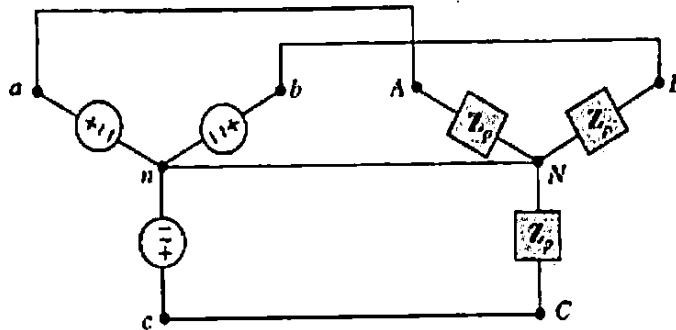
Sumber : (D.Stevenson, JR., W, 1983), (H.Hayt, Jr, W., 2005)

Jika persamaan [2.79] adalah tegangan antara sembarang saluran dan fasa netral, akibatnya : (Zuhail, 1988)

$$V_L = \sqrt{3} V_p \quad [2.84]$$

Bila sumber terhubung ke beban seperti pada gambar 2.17, maka diagram

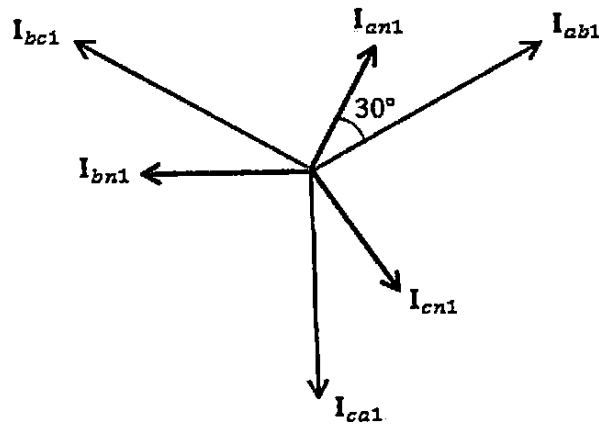
fasa arusnya pada persamaan [2.88] hingga [2.90]



Gambar 2.17. Sistem hubungan bintang sumber dan beban

Sumber : (H.Hayt, Jr, W., 2005)

Jika mengambil I_{an1} sebagai sudut referensi nol untuk menentukan nilai arus maka dari gambar 2.17 diagram fasor ditunjukkan seperti gambar 2.18 :



Gambar 2.18. Diagram fasor arus beban seimbang

Sumber : (D.Stevenson, JR., W, 1983), (Zuhal, 1988)

Dengan keseimbangan diagram fasor, dari gambar 2.18 berlaku hubungan

(D.Stevenson, JR., W, 1983)

$$|I_{ab1}| = |I_{bc1}| = |I_{ca1}| \quad [2.85]$$

$$|I_{an1}| = |I_{bn1}| = |I_{cn1}|$$

persamaan [2.84] dapat ditulis :^(D.Stevenson, JR., W, 1983)

$$\begin{aligned} |I_{ab1}| &= |I_{bc1}| = |I_{ca1}| = I_L \\ |I_{an1}| &= |I_{bn1}| = |I_{cn1}| = I_P \end{aligned} \quad [2.86]$$

Karena sistem 3 fasa hubungan Y, arus saluran sama dengan arus fasa sehingga dapat dituliskan :

$$I_L = I_P \quad [2.87]$$

Sehingga arus masing-masing saluran sama dengan arus masing-masing fasa :^(H.Hayt, Jr, W., 2005)

$$I_{an1ab1} = \frac{V_{an1}}{Z_p} \quad [2.88]$$

$$I_{bn1bc1} = \frac{V_{bn1}}{Z_p} \quad [2.89]$$

$$I_{cn1ca1} = \frac{V_{cn1}}{Z_p} \quad [2.90]$$

Dimana :

I_{an1ab1} = arus saluran *ab* dan arus fasa-netral *an*

I_{bn1bc1} = arus saluran *bc* dan arus fasa-netral *bn*

I_{cn1ca1} = arus saluran *cd* dan arus fasa-netral *cn*

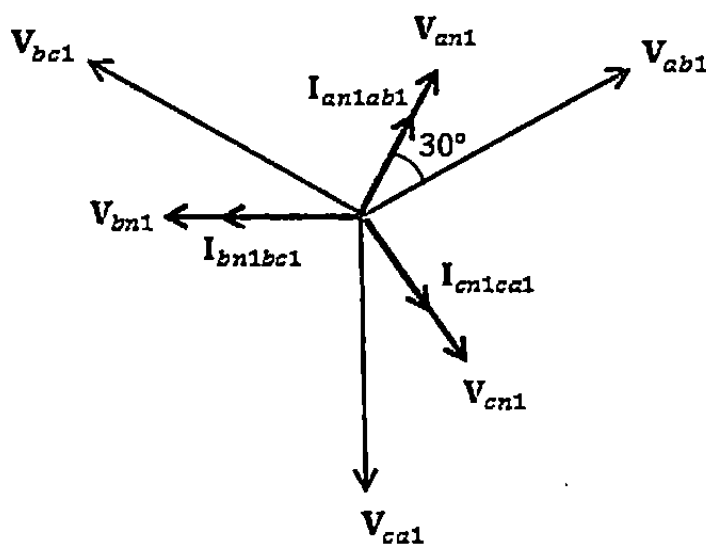
Dengan demikian [2.88] hingga [2.90] dapat ditulis ^(H.Hayt, Jr, W., 2005)

Jika $I_{an1ab1} \angle 0^\circ$ sebagai referensi, maka nilai masing-masing arus seperti [2.92] dan [2.93]. (H.Hayt, Jr, W., 2005)

$$I_{bn1bc1} = \frac{V_{bn1}}{Z_p} = \frac{V_{an1} \angle 120^\circ}{Z_p} = I_{an1ab1} \angle 120^\circ \quad [2.92]$$

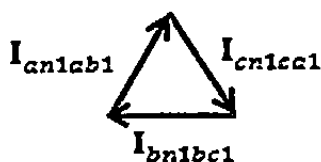
$$I_{cn1ca1} = \frac{V_{cn1}}{Z_p} = \frac{V_{an1} \angle 240^\circ}{Z_p} = I_{an1ab1} \angle 240^\circ \quad [2.93]$$

Dari gambar 2.17, maka diagram fasor arus ditunjukkan oleh gambar 2.19 dan 2.20.



Gambar 2.19. Diagram fasor seimbang arus yang terhubung pada satu titik dengan fasor tegangan.

Sumber : (D.Stevenson, JR., W, 1983), (Zuhal, 1988)



Gambar 2.20. Penjumlahan fasor arus dalam segitiga tertutup

Sumber : (D.Stevenson, JR, W 1983)

Dari gambar 2.20 diatas, I_N pada hubungan antara netral-netral dan beban harus sama dengan nol^(D.Stevenson, JR., W, 1983), sehingga memberikan nilai bagi arus netral sebesar :^(H.Hayt, Jr, W., 2005)

$$I_N = I_{an1ab1} + I_{bn1bc1} + I_{cn1ca1} = 0 \quad [2.94]$$

Dengan mengacu pada gambar 2.17, kawat netral tidak membawa arus jika sumber dan beban sama-sama seimbang dan kawat netral memiliki impedansi nol.
(D.Stevenson, JR., W, 1983), (H.Hayt, Jr, W., 2005)

2.9.1.1. Daya 3 Fasa^(Edminister, J.A., Nahvi, Mahmood., 2004)

Dengan menggunakan gambar 2.12 maka daya sesaat masing-masing fasa adalah :

$$p_a(t) = V_p I_p \cos \theta + V_p I_p \cos(2\omega t - \theta)$$

$$p_b(t) = V_p I_p \cos \theta + V_p I_p \cos(2\omega t - 240^\circ - \theta)$$

$$p_c(t) = V_p I_p \cos \theta + V_p I_p \cos(2\omega t - 480^\circ - \theta)$$

sehingga daya total :

$$p_T = 3V_p I_p \cos \theta \quad [2.95]$$

Karena daya sesaat sama dengan daya aktif maka :

$$p_T = 3V_p I_p \cos \theta = V_p I_p \cos \theta = P \quad [2.96]$$

Untuk sistem 3 fasa tidak seimbang, daya 3 fasa dapat dituliskan sebagai :

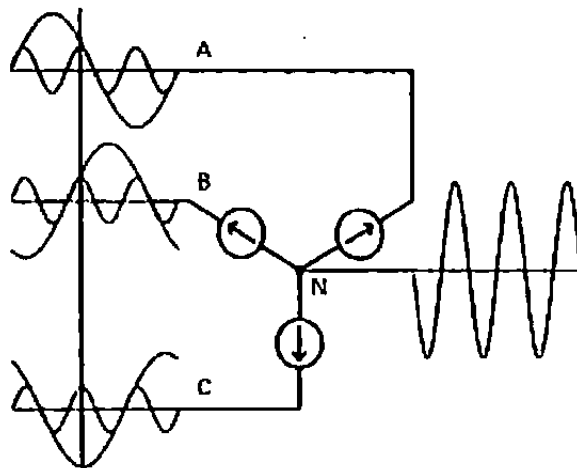
$$P_T = P_R + P_S + P_T \quad [2.98]$$

2.9.2. Sistem 3 Fasa 4 Kawat Tidak Seimbang

Dalam sistem tiga fasa tidak seimbang, nilai parameter satu sama lain tidak identik akibat adanya harmonisa.

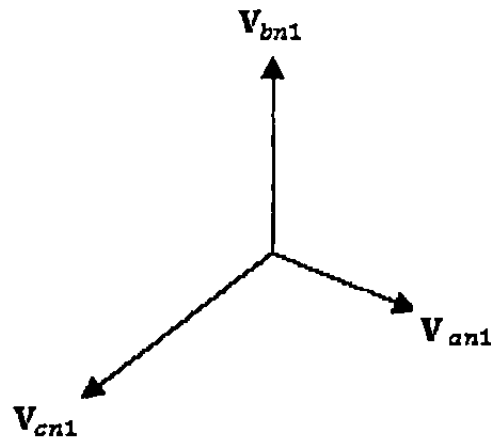
Pada konduktor netral dari sistem tiga fasa empat kawat dengan beban tidak seimbang akan membawa arus tak seimbang dari sistem serta mempertahankan magnitudo tegangan saluran ke netral pada masing-masing fasa beban. Arus-arus saluran tidak akan sama serta tidak memiliki sifat kesimetrian dalam diagram fasornya. (Edminister, J.A., Nahvi, Mahmood., 2004)

Dari gambar 2.21 diperlihatkan sebuah sistem yang mencatu beban non-linear. Pada gambar terlihat adanya arus netral akibat harmonisa.



Gambar 2.21. Arus netral akibat beban non-linear dan harmonisa kelintan tiga

Karena ada arus netral akibat harmonisa, beban menjadi tidak seimbang. Diagram vektor beban tidak seimbang ditunjukkan oleh gambar 2.22.



Gambar 2.22. Diagram vektor beban tidak seimbang akibat harmonisa.

Sumber : (American Bureau of Shipping, 2006)

Karena beban tidak seimbang, maka berlaku hubungan :

$$V_{an1} \neq V_{bn1} \neq V_{cn1} \quad [2.99]$$

Dengan demikian, nilai arus pada masing-masing saluran juga tidak identik sehingga.

$$I_{an1} \neq I_{bn1} \neq I_{cn1} \quad [2.100]$$

akibatnya :

$$I_N = I_{an1ab1} + I_{bn1bc1} + I_{cn1ca1} \neq 0 \quad [2.101]$$

Karena persamaan [2.101] menjelaskan sifat arus tidak seimbang pada konduktor netral, maka dapat dituliskan persamaan matematis arus untuk masing-masing fase dalam bentuk standar urutan a, b, c dengan mengacu pada persamaan

$$I_{Rh}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_h \cos(\omega_1 t - 90^\circ + \theta_h) \quad [2.102]$$

$$I_{Sh}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_h \cos(\omega_1 t - 240^\circ - \theta_h) \quad [2.103]$$

$$I_{Th}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_h \cos(\omega_1 t + 120^\circ - \theta_h) \quad [2.104]$$

Jika nilai I_h sebagai amplituda arus harmonisa dan θ_h sebagai sudut fasa harmonisa masing-masing diketahui, maka dapat ditentukan besarnya pergeseran fasor arus masing-masing fasa akibat pengaruh harmonisa. Sehingga dari persamaan [2.102] hingga [2.104] dapat diturunkan bentuk fasor dari arus fasa R, S, T untuk sistem (c, b, a) dengan komponen fundamental yang ditinjau sebagai :

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1R} &= I_h \cos \angle 0^\circ \\ \bar{I}_{1S} &= I_h \cos \angle 240^\circ + \theta_h \\ \bar{I}_{1T} &= I_h \cos \angle 120^\circ + \theta_h \end{aligned} \quad [2.105]$$

Dengan persamaan [2.105], dapat ditentukan besarnya ketidakseimbangan beban dalam diagram fasor dan besarnya nilai arus netral akibat pengaruh harmonisa. Berdasarkan [2.102] hingga [2.104] dan [2.105] dapat diturunkan bentuk fasor dari arus fasa R, S, T untuk sistem (c, b, a) dengan komponen fundamental yang ditinjau sebagai :

2.10. Sistem Per-Unit dan Langkah Pendekatan Penentuan Nilai Rasio Hubung Singkat pada PCC (*Point of Common Coupling*)

Dalam menentukan batasan distorsi harmonisa arus untuk kampus zona utara Universitas Muhammadiyah Yogyakarta, dapat dilakukan dengan cara pendekatan dengan menggunakan persamaan matematis. Untuk standar harmonisa arus, ditentukan oleh rasio I_{sc}/I_L . I_{sc} adalah arus hubung singkat yang ada pada PCC (*Point of Common Coupling*), sedangkan I_L adalah arus beban fundamental nominal. Sedangkan untuk standard harmonisa tegangan ditentukan oleh tegangan sistem yang dipakai. (Rusli, Muhammad., 2009)

Untuk dapat menghitung nilai arus hubung singkat pada PCC, nilai impedansi transformator harus dalam sistem per-unit. Sistem per-unit sering digunakan dalam analisa sistem tenaga listrik karena kemudahan yang diberikan, termasuk dalam menentukan rasio hubung singkat pada PCC (*Point of Common Coupling*). Karena nilai impedansi pada transformator gardu batang kampus utara Universitas Muhammadiyah Yogyakarta masih dalam satuan Ohm, maka untuk mengkonversi nilai impedansi dalam sistem per-unit, dapat diturunkan persamaan matematis sebagai berikut. (Sudirham, 2010)

Dengan demikian, persamaan matematis untuk sistem per-unit : (Sudirham, 2010), (*American Bureau of Shipping*, 2006)

$$\text{Nilai per -- unit} = \frac{\text{Nilai sesungguhnya}}{\text{nilai basis}} \quad [2.109]$$

Setelah diketahuinya nilai impedansi dalam per-unit, arus hubung singkat pada PCC dapat dihitung dengan menggunakan persamaan [2.110].

$$I_{sc} = \frac{kVA}{\sqrt{3} \times kV \times \%Z} \quad [2.110]$$

Dimana :

I_{sc} = arus hubung singkat pada PCC

kVA = kapasitas daya terpasang pada transformator

kV = tegangan sistem

$\% Z$ = nilai impedansi dalam pu

Karena I_{sc}/I_L , untuk menentukan nilai arus beban maksimum yang ditarik beban yang meliputi semua fakultas dan jurusan kampus zona utara atau kampus eksakta Universitas Muhammadiyah Yogyakarta, dapat dihitung menggunakan persamaan [2.111]. (Sudirham, 2010)

$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3} \times V} \quad [2.111]$$

Dimana :

I_L = arus maksimum beban

S = kapasitas daya terpasang pada transformator

V = tegangan sisi sekunder transformator

Dengan mengetahui nilai arus hubung singkat dan nilai arus maksimum beban, rasio hubung singkat dapat dihitung dengan menggunakan persamaan [2.112].

$$\text{Rasio hubung singkat} = \frac{I_{sc}}{I_L} \quad [2.112]$$

Dengan :

I_{sc} = arus hubung singkat pada PCC

I_L = arus beban maksimum

Persamaan [2.106] hingga [2.112] akan digunakan analisa pada bab IV, sebagai langkah dalam menentukan nilai impedansi per-unit trafo, nilai arus hubung singkat pada *Point Of Common Coupling* (PCC), dan menentukan nilai maksimum beban sistem tenaga listrik.